

**CONSEIL NATIONAL DE L'INFORMATION GEOGRAPHIQUE**

Groupe de Travail Permanent « Positionnement Statique et Dynamique »

## **Conversion altimétrique RGF93-IGN69**

**Correction des altitudes GPS en France**

Février 2000

J.-M. Nocquet, H. Duquenne,  
C. Boucher, A. Harmel, P. Willis

## **PREFACE**

Ce document est issu du groupe de travail permanent du CNIG (Conseil National de l'Information Géographique) « Positionnement Statique et Dynamique » dont j'ai eu le plaisir d'assurer l'animation au cours des dix dernières années. Ce travail a été motivé par le développement récent de modèles de géoïde et grilles de conversion à l'échelle globale (EGM-96), continentale (EGG97) ou nationale (RAF96-98, GG97, ...) d'une part et d'autre part par la mise en service du Réseau Géodésique Français (RGF). Dans ce contexte, il nous a semblé judicieux d'estimer la qualité de ces nouveaux modèles de géoïde en France et de fournir à une très large communauté d'utilisateurs des formules de correction pour les altitudes issues de mesures spatiales (en particulier, celles du système américain GPS –*Global Positioning System*–).

Dans le cadre de ce groupe de travail permanent du CNIG, un sous-groupe a tenté de faire une étude des différents algorithmes de correction actuellement existants. Cette étude, visait à faire l'inventaire de tels algorithmes, à estimer leur exactitude relative à partir de tests identiques et acceptés car extérieurs aux modèles eux-mêmes. Dans ce contexte, plusieurs organismes comme l'EDF, l'IGN, le CNRS, l'IPGP, la SNCF ou des sociétés privées comme Geoid, ont accepté de fournir des données récentes (altitudes issues de mesures GPS et altitudes issues de mesures de nivellement), non déjà utilisées dans ces modèles et pouvant ainsi servir de points de contrôle et de tests extérieurs de validation. Il faut ici remercier les personnes ayant fourni des données, avec un remerciement particulier à J.-M. Scheubel de EDF.

Les tests, la rédaction de la partie principale (en particulier, les parties II et III et une partie de la partie I) ont été réalisés par J.-M. Nocquet de l'IGN. Il a aussi assuré l'animation de ce sous-groupe via le Web (<http://lareg.ensg.ign.fr/CNIG.PSD/alti.html>). H. Duquenne de l'ESGT a écrit la partie présentant les concepts et la présentation des modèles QGF et RAF. C. Boucher de l'IGN a pris en charge la rédaction de la partie prospective (partie IV). Enfin, A. Harmel de l'IGN a participé à la rédaction de la partie I (présentation des références).

Enfin, il convient de remercier ici toutes les personnes qui ont participé à cette étude, soit en proposant de nouvelles données de contrôle, soit en proposant de nouvelles approches de tests, ou simplement en participant aux discussions d'avancement, soit encore en relisant ce document dans le détail.

Ce document est le fruit d'un travail collectif, initié au printemps 1997 et achevé en janvier 2000.

Pascal Willis

## **Listes des membres du sous-groupe**

### **LISTE A : MEMBRES DU SOUS-GROUPE**

Pascal Willis, président  
IGN - ENSG/LAREG  
6-8, Avenue Blaise Pascal  
Cite Descartes - Champs-sur-Marne  
77455 Marne-La-Vallée cedex 2

Pierre Balestrini  
GEOID  
3, rue Jean Monnet  
34830 Clapiers

Jean-Pierre Barboux  
DASSAULT/SERCEL  
16, rue de Bel-Air B.P. 439  
44474 Carquefou cedex  
B. Beauzamy  
SCM SA  
11, rue du Faubourg Saint Honoré  
75008 Paris

Claude Boucher  
IGN  
2, avenue Pasteur  
94160 Saint Mandé

Henri Duquenne  
ESGT  
Université du Maine  
1, rue Pythagore  
72000 Le Mans

M. Hallé Philippe  
SNCF – Division Topographie  
144, rue des Poissonniers  
75876 Paris cedex 18

Alain Harmel  
IGN - Service de Géodésie et Nivellement  
2, avenue Pasteur B.P. 68  
94160 Saint Mandé

Michel Le Pape  
IGN - Service de Géodésie et Nivellement  
2, avenue Pasteur B.P. 68  
94160 Saint Mandé

J.J Levallois  
8, rue de l'Arrivée  
75015 Paris

Christophe Le Visage / Serge Lannuzel  
SHOM - Centre d'hydrographie  
Section Géodésie - Géophysique  
Division Etude  
13, rue du Chatelier BP 426  
29275 Brest cedex

Jean-Mathieu Nocquet  
IGN - ENSG/LAREG  
6-8, Avenue Blaise Pascal  
Cite Descartes – Champs-sur-Marne  
77455 Marne-La-Vallée cedex 2

Francois Peyret - David Betaille  
Laboratoire Central des Ponts et Chaussées  
Section Robotique de chantier  
Route de Pornic BP 19  
44340 Bouguenais

J.M. Scheubel  
EDF Centre Lyonnais d'ingénierie  
Division Topographie  
35-37, rue Louis Guerin B.P. 1212  
69611 Villeurbanne cedex

André Risch  
SNCF - Division Topographie  
144, rue des Poissonniers  
75876 Paris cedex 18

**LISTE B : MEMBRES CORRESPONDANTS DU SOUS-GROUPE**

Georges Balmino  
CNES/GRGS  
OMP/GRGS  
14, Avenue Edouard Belin  
31400 Toulouse

Eric Calais  
CNRS/ UMR Géosciences Azur  
250, rue Albert Einstein  
06560 Valbonne

Bernard Catala-Cottini  
Service Maritime et de Navigation du  
Languedoc Roussillon (SMNLR)  
Cellule Hydrographique  
Docks Richelieu  
BP 471  
34207 Sète Cedex

Michel Diament  
IPGP - laboratoire de gravimétrie  
Institut de Physique du Globe  
Laboratoire de gravimétrie et géodynamique  
4, Place Jussieu  
75252 Paris cedex

Eric Durand  
Trimble Navigation France  
Espace Entreprise du Haut Blosné  
34, rue Frédéric Le Guyader  
35200 Rennes Saint-Jacques

A. Kanschine  
METT - STNMTE  
12, route de Stain, BP 12  
94381 Bonneuil-sur-Marne

Patrick Sillard  
Institut Géographique National  
ENSG/LAREG  
6-8, Avenue Blaise Pascal  
Cite Descartes - Champs-sur-Marne  
77455 Marne-La-Vallée cedex 2

Jean-Jacques Valette  
CLS/ARGOS  
14, rue Edouard Belin  
31055 Toulouse cedex 16

## Table des matières

<b>PRÉFACE .....</b>	<b>0</b>
<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>6</b>
<b>I. ALTITUDE ET GPS : CONCEPTS ET PRÉSENTATION DES SYSTÈMES DE RÉFÉRENCES.....</b>	<b>7</b>
1.1. GÉOÏDE, QUASI-GÉOÏDE, SURFACE DE CONVERSION, ALTITUDE.....	7
1.1.a. Champ de pesanteur .....	7
1.1.b. Altitude .....	10
1.1.c. La conversion des hauteurs ellipsoïdales en altitudes.....	15
1.1.d. La mesure de la composante verticale GPS.....	15
1.2. PRÉSENTATION DES RÉFÉRENCES RGF93 ET IGN69 .....	16
1.2.a. Référence associée à la mesure GPS : RGF93.....	16
1.2.b. Références associées à la mesure d'altitude : NGF/IGN69 – NGF/IGN78 .....	17
1.3. ETAT DE L'ART SUR LA RÉALISATION DES GÉOÏDES.....	18
1.3.a. Surface de conversion obtenue par interpolation de points GPS nivelés .....	18
1.3.b. Géoïdes gravimétriques .....	19
1.3.c. Du géoïde gravimétrique à la surface de référence altimétrique .....	21
<b>II. LES MODELES DE CONVERSION ALTIMETRIQUES RGF93-IGN69 .....</b>	<b>24</b>
II.1. PRÉSENTATION DES MODÈLES .....	24
II.1.a. listes des modèles disponibles .....	24
II.1.b. Présentation des modèles testés.....	26
II.1.c. Comparaison des modèles .....	31
II.2. MÉTHODE D'ÉVALUATION DE LA QUALITE DES SURFACES DE CONVERSION ALTIMETRIQUE.....	41
II.2.a. Point de vue et méthode .....	41
II.2.b. Critères statistiques retenus .....	41
II.2.c. Test de détection et rejet des données erronées.....	43
<b>III. EVALUATION DES MODELES.....</b>	<b>43</b>
III.1. RÉSULTATS DES TEST RÉALISÉS PAR CHANTIER .....	43
III.1.a. Zone de Bordeaux.....	43
III.1.b. Pays de Caux .....	44
III.1.c. Zone de Dijon .....	45
III.1.d. Banlieue sud-est de Paris .....	46
III.1.e. Nord (Béthune-Valenciennes) .....	46
III.1.f. Pays Basque .....	47
III.1.g. Carmeaux.....	47
III.1.h. Provence – Zone de Forcalquier .....	48
III.1.i. Cévennes .....	49
III.1.j. Zone de Briançon .....	49
III.1.k. Zone sud de Pau.....	50
III.1.l. Grasse - Nice .....	50
III.1.m. Zone de Toulon .....	51
III.1.n. Zone de Fréjus .....	52
III.1.o. Zone de Nice .....	52

III.2. ANALYSE DE LA QUALITÉ DES MODÈLES .....	53
III.2.a. <i>estimation de la qualité globale des modèles</i> .....	53
III.2.b. <i>Utilisation pratique des modèles</i> .....	61
<b>IV. PERSPECTIVES .....</b>	<b>63</b>
IV.1. EVOLUTION DES RÉSEAUX DE NIVELLEMENT ET DES RÉFÉRENCES VERTICALES .....	63
IV.2. EVOLUTION DES RÉSEAUX GÉODÉSIQUES .....	63
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>65</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>66</b>

## **INTRODUCTION**

Ce document est une étude du groupe de travail permanent du CNIG « Positionnement Statique et Dynamique » qui vise à étudier les différents algorithmes de conversion d'altitude GPS (RGF93) dans le système de nivellement légal en France IGN69. Dans un deuxième temps, le groupe, sur la base des études présentées dans ce document, a proposé une conversion de référence.

Le groupe est bien conscient que les formules actuelles de conversion, basées sur des techniques d'estimation et d'assimilation, vont s'améliorer régulièrement dans le futur, en fonction des progrès des modèles théoriques et surtout de la disponibilité de nouvelles mesures plus denses ou plus précises sur lesquelles sont basés ces modèles. Toutefois, afin d'empêcher une prolifération excessive de modèles de correction, le groupe a souhaité proposer UNE formule de référence afin de limiter les effets désastreux d'incohérence de données due à des corrections différentes et incompatibles.

Avant de présenter l'étude elle-même, il nous a semblé qu'un grand nombre de problèmes à l'heure actuelle provenaient d'incompréhension sur les concepts de base ainsi que sur la définition de certains termes techniques. En conséquence, avant d'entrer plus en détail sur la validation des différents modèles, il nous a paru judicieux de présenter une description pédagogique et exhaustive des notions fondamentales et des notations qui seront utilisées tout au long de ce document (partie I : altitude et GPS, concepts et présentation des systèmes de référence).

Dans un deuxième temps, nous présenterons les différents modèles de correction disponibles en France à l'époque de l'étude (partie II : les modèles de conversion altimétriques RGF93-IGN69). La méthode d'évaluation de ces modèles de correction (le plus souvent proposés sous forme de grille d'interpolation) est décrite en détail afin de permettre de futures comparaisons avec des modèles encore à venir.

La partie III (évaluation des modèles) présente les résultats de comparaison par modèle et par jeu de données tests. En particulier, une discussion critique est faite pour montrer les forces et les faiblesses de chaque modèle de correction.

Enfin, la partie IV (perspectives) montrent l'importance d'une grille unique de référence et esquisse les évolutions futures des différents réseaux géodésiques et de nivellement pour la France métropolitaine.

En conclusion, le document propose la grille sélectionnée à l'issue des tests de validation et propose des recommandations pour l'avenir.

## I. ALTITUDE ET GPS : CONCEPTS ET PRESENTATION DES SYSTEMES DE REFERENCES

### I.1. Géoïde, quasi-géoïde, surface de conversion, altitude

#### I.1.a. Champ de pesanteur

Afin de mieux présenter les concepts de géoïde et d'altitude, on rappelle tout d'abord les principales définitions qui concernent le potentiel de pesanteur terrestre. Pour un exposé plus complet, on peut se reporter à (Heiskanen et Moritz, 1967).

##### Pesanteur

Si on néglige la marée, la force de pesanteur (ou poids) qui s'exerce sur un point matériel est la résultante de l'attraction universelle exercée par la Terre et de la force centrifuge due à la rotation terrestre. On désigne par  $\vec{g}$  le vecteur accélération de la pesanteur. La direction de  $\vec{g}$  est la verticale. Le module de  $\vec{g}$ , noté  $g$ , diminue lorsque l'altitude augmente. Au niveau de la mer,  $g$  varie en fonction de la latitude, de  $9,78 \text{ ms}^{-2}$  à l'équateur à  $9,83 \text{ ms}^{-2}$  aux pôles. Pour une latitude et une altitude donnée,  $g$  varie en raison des irrégularités de la masse volumique de la matière à l'intérieur de la Terre. Les techniques qui concourent à la mesure de  $g$  constituent la gravimétrie.

##### Potentiel de pesanteur

La pesanteur dérive d'un potentiel, c'est à dire qu'il existe une fonction  $W(M)$  dont, en tout point  $M$ ,  $\vec{g}$  est le gradient :

$$\vec{g} = \vec{\text{grad}} W \quad (1)$$

Dans un repère orthonormé OXYZ, les composantes de  $\vec{g}$  sont donc les dérivées partielles de  $W$  :

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} \frac{\partial W}{\partial X} \\ \frac{\partial W}{\partial Y} \\ \frac{\partial W}{\partial Z} \end{pmatrix} \quad (2)$$

La différence de potentiel entre deux points  $P_0$  et  $P_N$  est égale au travail fourni pour déplacer une masse unité d'un point à l'autre en suivant un chemin continu :

$$W(P_N) - W(P_0) = \int_{P_0 P_N} \vec{g} \cdot d\vec{l} = - \int_{P_0 P_N} g \cdot dh' \quad (3)$$

équation dans laquelle  $d\vec{l}$  est le vecteur déplacement et  $dh'$  la composante verticale de  $d\vec{l}$ .

Les opérations de nivellement (figure 1), associées à la gravimétrie, permettent la détermination des différences de potentiel, tout au moins sur les continents, en discrétisant l'intégrale (3) :

$$W(P_N) - W(P_0) = - \sum_{k=0}^{N-1} g \cdot \delta h'_k \quad (4)$$

On sait que la différence de potentiel est indépendante du chemin suivi, alors que la somme des dénivelées cumulées  $\sum dh'_k$  en dépend.



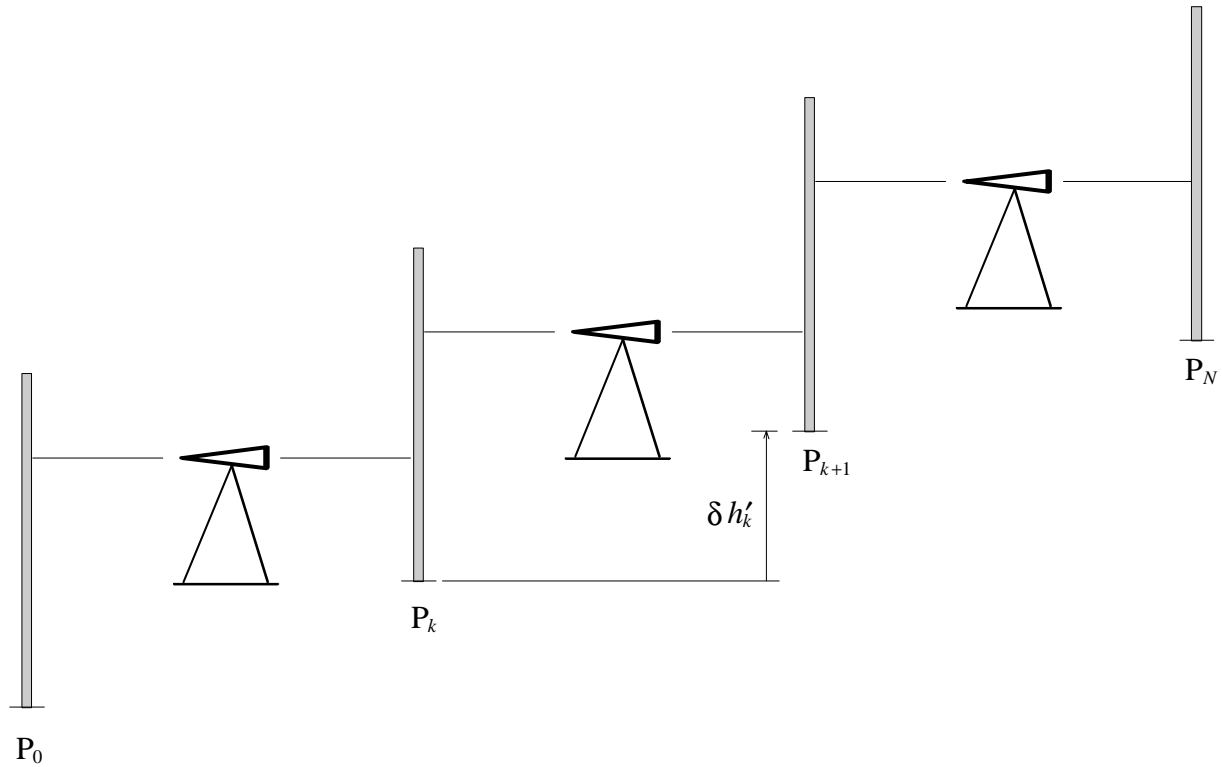


Figure 1 : Nivellement.

A l'extérieur de la Terre, le potentiel de pesanteur peut être développé en harmoniques sphériques, sous la forme :

$$W = \frac{GM}{r} \left( 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n P_{n,m}(\cos \mathbf{q}) (J_{n,m} \cos m\mathbf{l} + K_{n,m} \sin m\mathbf{l}) \right) + \frac{1}{2} \mathbf{w}^2 r^2 \sin^2 \mathbf{q} \quad (5)$$

$G$  est la constante de la gravitation universelle,  $M$  la masse de la Terre,  $r$ ,  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{l}$  sont les coordonnées sphériques (rayon vecteur, colatitude, longitude),  $a$  le rayon équatorial d'un ellipsoïde de référence,  $\overline{P}_{n,m}$  les fonctions de Legendre normalisées de première espèce (Heiskanen et Moritz, 1967, p. 32),  $\overline{C}_{n,m}$  et  $\overline{S}_{n,m}$  les coefficients normalisés du développement (même référence). Ces coefficients peuvent être déduits de mesures de géodésie spatiale (télémétrie laser, géodésie Doppler, etc.), d'altimétrie par satellite ou de gravimétrie, et plusieurs organismes de recherche publient des jeux de coefficients<sup>1</sup>.

#### Surface équipotentielle, géoïde

L'ensemble des points tels que le potentiel prenne une valeur donnée est une surface équipotentielle (figure 2). Une portion d'équipotentielle peut être matérialisée par la surface d'un liquide en équilibre sous la seule action de son poids. La Terre n'étant pas une sphère homogène immobile, les équipotentielles ne sont pas parallèles : sur la figure 2,  $\Delta h'$  n'est pas constant. La définition des altitudes s'en trouve singulièrement compliquée, comme on le verra ci-dessous. Une courbe qui, en chacun de ses points, est orthogonale aux surfaces équipotentielles est une ligne de force. Ses tangentes sont verticales.

<sup>1</sup> Ceux-ci sont connus sous le nom de "modèle globaux du potentiel" : OSU91, EGM96, GRIM4, etc.

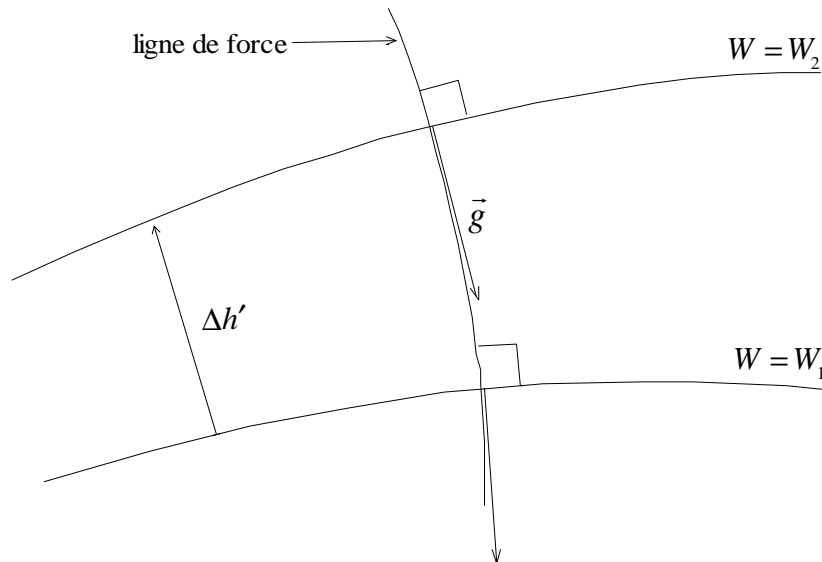


Figure 2 : Pesanteur, surface équipotentielle et ligne de force.

Le géoïde est la surface équipotentielle du champ de pesanteur coïncidant au mieux avec le niveau moyen des océans. Cependant, en raison des courants marins, des vents dominants et des variations de la salinité et de la température de l'eau de mer, la surface moyenne des océans ne matérialise pas exactement le géoïde. Le niveau moyen enregistré par un marégraphe particulier ne coïncide donc pas exactement avec le géoïde.

#### Champ de pesanteur normal

Depuis la fin du 18<sup>e</sup> siècle, des ellipsoïdes de révolution sont employés comme modèles de Terre en géodésie géométrique. Il est possible d'étendre l'usage de ces modèles au domaine de la géodésie physique en définissant une fonction  $U(M)$ , modèle de  $W(M)$ , et dénommée potentiel normal :

- on choisit un ellipsoïde géodésique  $E$ , généralement géocentrique,
- on suppose que cet ellipsoïde tourne sur lui-même comme le fait la Terre, à la vitesse angulaire  $\omega$ ,
- la masse  $M$  de l'ellipsoïde est celle de la Terre augmentée de celle de l'atmosphère,
- l'ellipsoïde est une surface équipotentielle du champ normal, et le potentiel normal sur l'ellipsoïde est égal au potentiel réel  $W_0$  sur le géoïde :

$$M \in E \Rightarrow U(M) = W_0 \quad (6)$$

Si on fixe la forme de l'ellipsoïde, la valeur  $GM$  de la constante géocentrique de gravitation et la vitesse de rotation de la Terre, le potentiel normal est une fonction parfaitement déterminée des coordonnées de  $M$ . Il est donc possible de calculer son gradient  $\vec{g}(M)$ , qui est un modèle du vecteur pesanteur  $\vec{g}$ .  $\vec{g}$  s'appelle la pesanteur normale. Son module sur l'ellipsoïde est donné par la formule de Somigliana :

$$g_0 = \frac{a g_e \cos^2 j + b g_p \sin^2 j}{(a^2 \cos^2 j + b^2 \sin^2 j)^{1/2}} \quad (7)$$

$a$  et  $b$  sont le demi-axe et le demi-axe de l'ellipsoïde,  $g_e$  et  $g_p$  sont les pesanteurs normales équatoriale et polaire sur l'ellipsoïde,  $j$  est la latitude géographique (figure 3).

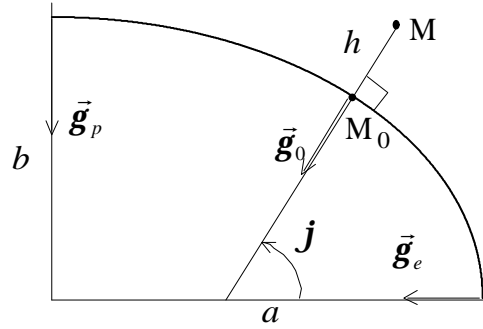


Figure 3 : Pesanteur normale sur l'ellipsoïde.

A la hauteur  $h$  au-dessus de l'ellipsoïde, le module de l'accélération normale se calcule à partir de  $g_0$  par le formulaire :

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (8)$$

$$m = \frac{w^2 a^2 b}{GM} \quad (9)$$

$$g = g_0 \left( 1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2 j) h + \frac{3}{a^2} h^2 \right) \quad (10)$$

où  $f$  est l'aplatissement de l'ellipsoïde. Ces formules sont utilisées dans les calculs de certains types d'altitudes et pour la réalisation de géoïdes gravimétriques.

### I.1.b. Altitude

#### Définition générale

D'une manière générale, l'altitude d'un point M est son éloignement d'une surface de référence proche du géoïde. Comme on l'a vu ci-dessus, la technique du nivellement utilisée seule fournit une dénivellée entre deux points qui dépend du chemin suivi. Seule la différence de potentiel entre les deux points est invariante. On est donc conduit à adopter la définition générale suivante de l'altitude d'un point M :

$$H_{(M)}^{(*)} = \frac{W(A) - W(M)}{g^{(*)}(M)} \quad (11)$$

A est un point de référence dont l'altitude est conventionnellement nulle, par exemple le niveau moyen enregistré par un marégraphe. Le symbole (\*) distingue les différents types d'altitude.  $g^{(*)}(M)$  est une fonction du seul point M qui a la dimension d'une accélération. Comme la différence de potentiel ne dépend pas du chemin suivi, la formule (11) garantit une définition correcte et sans équivoque de l'altitude. Le choix de la fonction  $g^{(*)}(M)$  détermine le type d'altitude. En particulier, si la valeur de  $g^{(*)}(M)$  est proche de la valeur de la pesanteur entre M et le géoïde,  $H_{(M)}^{(*)}$  est proche de la hauteur de M au-dessus du géoïde. On comprend que la notion d'altitude est nécessairement liée à celle de potentiel. Pour établir un réseau de nivellement de grande étendue ou couvrant des zones montagneuses, il faut tenir compte des variations de  $g$  et déterminer des différences de potentiel, et pas seulement des dénivellées mesurées par le nivellement.

#### Types d'altitude, références associées

##### Altitude dynamique

Les altitudes dynamiques  $H^{(D)}$  sont définies en choisissant pour  $g^{(*)}(M)$  une constante notée  $g^{(D)}$  égale à la pesanteur normale sur l'ellipsoïde, à la latitude de  $45^\circ$ .  $g^{(D)}$  se calcule par la formule de Somigliana (7). Les altitudes dynamiques ont un intérêt scientifique évident : elles sont directement proportionnelles aux différences de potentiel et leur interprétation physique est très simple. Elles peuvent cependant s'écarter des hauteurs au-dessus du géoïde de 0,25 %, ce qui n'est pas tolérable pour

de nombreuses applications où l'aspect géométrique prime sur la physique. Il est commode d'ajuster les réseaux de nivellement de grande étendue (nationaux ou continentaux) en altitude dynamique, quitte à les transformer ensuite en altitudes usuelles. La référence théorique des altitudes dynamiques est le géoïde.

#### Altitude orthométrique

On symbolise l'altitude orthométrique par  $H^{(o)}$ . Idéalement, l'altitude orthométrique du point M est son abscisse curviligne au-dessus du géoïde, comptée le long de la ligne de force du champ de pesanteur ( $M_0M$  sur la figure 4). Ce type d'altitude est donc très proche de l'altitude commune, la "hauteur au-dessus du niveau de la mer". La valeur moyenne de  $g$  sur l'arc de ligne de force  $M_0M$  est :

$$\tilde{g} = \frac{1}{H_{(M)}^{(o)}} \int_{M_0M} g \cdot ds \quad (12)$$

$ds$  est la différentielle de l'abscisse curviligne le long de la ligne de force. L'altitude orthométrique de M est donc :

$$H_{(M)}^{(o)} = \frac{W(A) - W(M)}{\tilde{g}} \quad (13)$$

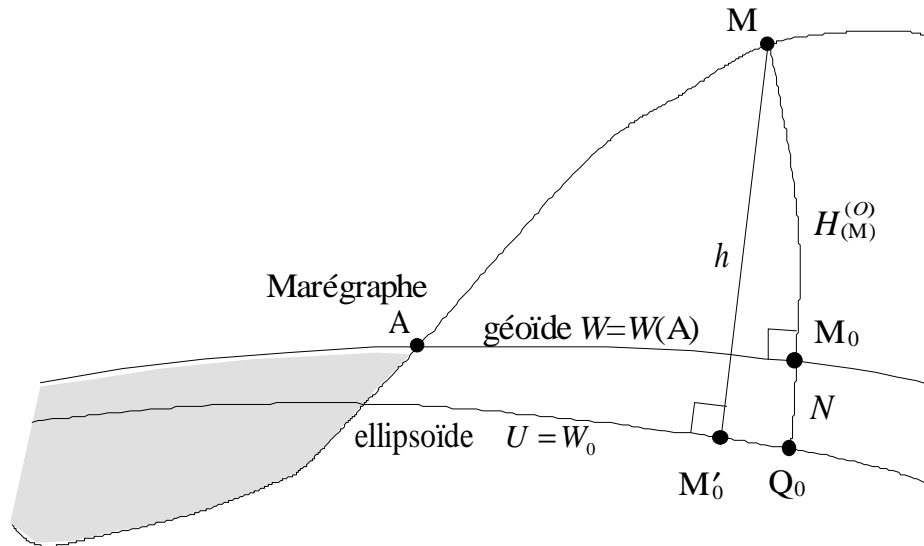


Figure 4 : Altitude orthométrique.

Une formule pratique est obtenue en remplaçant  $\tilde{g}$  par la valeur de  $g$  au point milieu entre  $M_0$  et M, à l'altitude  $\frac{H_{(M)}^{(o)}}{2}$ , obtenue par un développement limité :

$$H_{(M)}^{(o)} = \frac{W(A) - W(M)}{g(M) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g}{\partial H} \right)_{\text{moy}} \cdot H_{(M)}^{(o)}} \quad (14)$$

$\left( \frac{\partial g}{\partial H} \right)_{\text{moy}}$  est le gradient moyen de la pesanteur entre M et  $M_0$ ,  $g(M)$  est la pesanteur réelle en M, sur la surface topographique. Le calcul de  $H_{(M)}^{(o)}$  à partir de  $W(A) - W(M)$  est itératif mais peut être remplacé par :

$$H_{(M)}^{(O)} = \frac{W(A) - W(M)}{g(M)} \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g}{\partial H} \right)_{\text{moy}} \frac{W(A) - W(M)}{(g(M))^2} \right) \quad (15)$$

La modélisation de  $\frac{\partial g}{\partial H}$  est délicate, il existe plusieurs choix possibles et donc plusieurs sous-types d'altitudes orthométriques. Pour les altitudes orthométriques de Helmert, qui sont la meilleure réalisation des altitudes orthométriques, on part d'une formule due à Bruns (Heiskanen et Moritz, 1967, p. 53) :

$$\frac{\partial g}{\partial H} = -2gJ + 4\pi G\rho - 2\mathbf{w}^2 \quad (16)$$

$J$  est la courbure moyenne du géoïde au point  $M_0$ ,  $\rho$  est la masse volumique de la croûte terrestre. On approxime la courbure du géoïde par celle de l'ellipsoïde,  $g$  par l'accélération normale et on prend pour  $\rho$  une valeur moyenne, en général  $2670 \text{ kg m}^{-3}$ . Cela donne le gradient de Poincaré-Prey :

$$\left( \frac{\partial g}{\partial H} \right)_{\text{moy}} = -0,848 \times 10^{-6} \text{ s}^{-2} = -0,0848 \text{ mGal/m} \quad (17)$$

La référence idéale des altitudes orthométriques de Helmert est le géoïde, dans la mesure où la masse volumique réelle de la croûte terrestre est bien représentée par la valeur moyenne adoptée.

Pour les altitudes dites orthométriques normales<sup>2</sup>, on remplace le gradient moyen  $\left( \frac{\partial g}{\partial H} \right)_{\text{moy}}$  dans la formule (14) par le gradient moyen de la pesanteur normale. La référence idéale des altitudes orthométriques normales n'est donc pas exactement le géoïde.

#### Relation entre altitude orthométrique et hauteur ellipsoïdale

La ligne de force du champ de pesanteur ( $MM_0$ ) et la normale à l'ellipsoïde ( $MM'_0$ ) ne différant que par la courbure de la ligne de force et la déviation de la verticale (voir figure 4), on peut, à 1 mm près transformer une altitude orthométrique de Helmert en hauteur ellipsoïdale par :

$$h \approx N + H^{(O)} \quad (18)$$

où  $N$  est la hauteur du géoïde sur l'ellipsoïde.

#### Altitude normale

On appelle surface sphéropotentielle d'un point  $M$  la surface équipotentielle du champ normal, dont le potentiel normal est égal au potentiel réel de  $M$  (figure 5). Le point  $Q$  est l'intersection de la sphéropotentielle et de la ligne de force. L'altitude normale de  $M$  est la hauteur  $Q_0Q$  de la surface sphéropotentielle au-dessus de l'ellipsoïde, prise le long de la ligne de force du champ normal. L'arc de ligne de force compris entre  $Q$  et  $M$  est l'anomalie d'altitude  $z$ .  $\tilde{g}$  est l'accélération normale moyenne sur l'arc de ligne de force du champ normal  $Q_0Q$  :

$$\tilde{g} = \frac{1}{H_{(M)}^{(N)} Q_0Q} \int_{Q_0Q} \mathbf{g}(h) \cdot d\mathbf{s} = \frac{U(Q_0) - U(Q)}{H_{(M)}^{(N)}} = \frac{W(A) - W(M)}{H_{(M)}^{(N)}} \quad (19)$$

où  $d\mathbf{s}$  est la différentielle de l'abscisse curviligne de la ligne de force du champ normal.

---

<sup>2</sup> Les altitudes NGF-Lallemand utilisées en France avant 1969 appartenait à ce type, à ceci près que  $g$  n'a pas été mesuré pour estimer les différences de potentiel, mais modélisé.

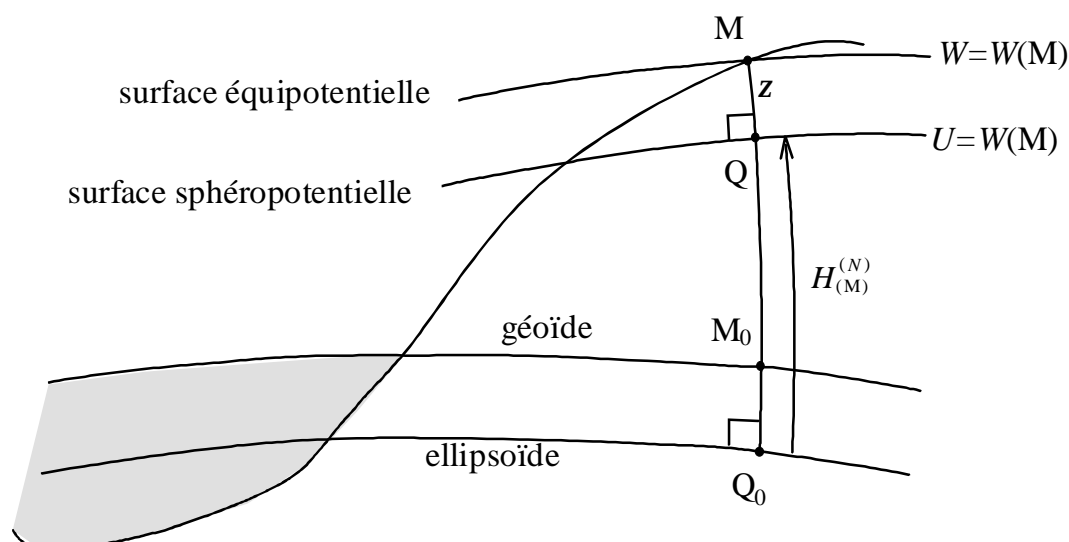


Figure 5 : Altitude normale.

On a donc :

$$H_{(M)}^{(N)} = \frac{W(A) - W(M)}{\tilde{g}} \quad (20)$$

En pratique, on emploie la formule :

$$H_{(M)}^{(N)} = \frac{W(A) - W(M)}{g_0} \left( 1 + (1 - f + m - 2f \sin^2 j) \frac{W(A) - W(M)}{ag_0} - \left( \frac{W(A) - W(M)}{ag_0} \right)^2 \right) \quad (21)$$

où  $g_0$  est donné par la formule de Somigliana (7) et  $m$  par (9).

Contrairement aux altitudes orthométriques, les altitudes normales sont tributaires d'une formule de pesanteur normale donc, dans une certaine mesure, du choix d'un ellipsoïde de référence. Par contre, elle ne dépend pas de la répartition des masses dans la croûte terrestre.

#### Quasi-géoïde, relation entre altitude normale et hauteur ellipsoïdale

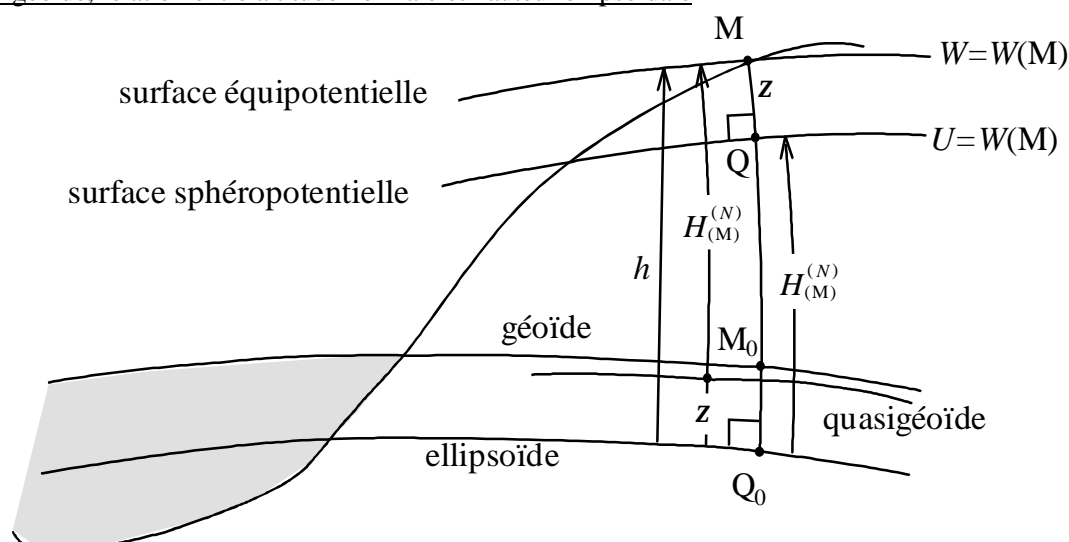


Figure 6 : Quasigéoïde

Le quasi-géoïde est la surface d'altitude normale nulle. C'est la surface obtenue en reportant depuis chaque point M de la surface topographique, vers le bas, son altitude normale (figure 6). Pour passer d'une altitude normale à une hauteur ellipsoïdale, on ne commet pas d'erreur supérieure à 1 mm en

confondant la normale à l'ellipsoïde et la ligne de force du champ de pesanteur. On obtient donc une relation entre la hauteur ellipsoïdale, l'anomalie d'altitude et l'altitude normale :

$$h \approx z + H^{(N)} \quad (22)$$

La différence entre l'anomalie d'altitude et de la hauteur du géoïde est :

$$N - z = H^{(N)} - H^{(O)} = \frac{\tilde{g} - \mathbf{g}}{\tilde{g}} H \quad (23)$$

où  $H^{(O)}$  désigne ici l'altitude orthométrique de Helmert et  $H$  désigne indifféremment l'altitude normale ou l'altitude orthométrique. On emploie la formule (16) et son équivalente pour la pesanteur normale :

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial H} = -2gJ_0 - 2w^2 \quad (24)$$

$J_0$  est la courbure moyenne de l'ellipsoïde. Ces deux formules permettent de calculer  $\tilde{g} - \mathbf{g}$  à partir des valeurs en surface  $g$  et  $\mathbf{g}$  :

$$\tilde{g} - \mathbf{g} = g - \mathbf{g} - 2pGrH + \mathbf{g}(J - J_0)H \quad (25)$$

Les trois premiers termes du second membre représentent, à une petite correction près, l'anomalie de Bouguer  $\Delta g_B$  telle qu'elle est cartographiée, en France, par le Bureau de Recherches Géologiques et Minières<sup>3</sup>. Le dernier terme, qui contient la courbure du géoïde, est plus difficile à évaluer mais est très petit. On a donc :

$$H^{(N)} - H^{(O)} \approx \frac{\Delta g_B}{\tilde{g}} H \quad (26)$$

Cette formule permet de convertir des altitudes de Helmert en altitudes normales, mais ne s'applique pas aux altitudes orthométriques normales.

#### Systèmes de références d'altitude : définition et réalisation

Un référentiel altimétrique (ou système d'altitude idéal) est défini par :

- un type d'altitude,
- les constantes relatives au type d'altitude ( $\mathbf{g}^{(D)}$  pour l'altitude dynamique, constantes de l'ellipsoïde pour l'altitude normale, etc.),
- une surface de référence idéale fixée par une constante  $W_0$ ,
- une unité.

Pour les altitudes dynamiques et orthométriques, la surface de référence idéale est un géoïde. Pour les altitudes normales, la surface de référence idéale est un quasi-géoïde.

Un système d'altitude est réalisé par un réseau formé d'un ensemble de repères matérialisés auxquels on a attribué une altitude. La surface de référence altimétrique réalisée diffère de la surface de référence idéale en raison des erreurs de mesure et, pour les altitudes orthométriques, en raison des défauts de modélisation du gradient de la pesanteur.

Une réalisation d'un système d'altitude comprend donc l'ensemble des constantes et algorithmes qui influent sur le système de référence, à savoir :

- un type d'altitude et les constantes associées,
- un point fondamental et son altitude conventionnelle. En pratique, le point fondamental est proche d'un marégraphe et son altitude est déduite des observations marégraphiques durant une période limitée. Il apparaît donc que la surface de référence est fixée non par la valeur de  $W(A)$ , mais par le fait qu'elle passe par le point fondamental,
- un réseau de repères de nivellement et un ensemble d'observations de nivellement de précision et de gravimétrie,
- un processus de calcul des altitudes des repères.

La qualité d'une référence d'altitude est directement fonction de la qualité du réseau qui la réalise. Les facteurs de qualité sont :

- l'extension géographique,
- l'exactitude des observations (systématismes éventuels),

---

<sup>3</sup> La formule de la pesanteur normale utilisée est celle de 1930.

- la précision des observations (erreurs accidentelles),
- la fiabilité du réseau (fautes d'observation et de calcul)
- la stabilité des repères ou la connaissance de leur vitesse verticale.

### **I.1.c. La conversion des hauteurs ellipsoïdales en altitudes**

Les formules (18) et (22) montrent qu'idéalement, il suffirait de disposer d'un modèle de géoïde ou de quasi-géoïde, suivant le type d'altitude, pour effectuer ces conversions :

$$H^{(O)} = h - N \quad (27)$$

$$H^{(N)} = h - z \quad (28)$$

Ces formules s'appliquent dans le cas rare d'observation et traitement d'un point isolé. En général, on procède en mode différentiel (ou relatif). Le point  $M_1$  étant connu en coordonnées et altitude, l'altitude du point  $M_2$  est calculée par :

$$H_2^{(O)} = H_1^{(O)} + h_2 - h_1 - (N_2 - N_1) \quad (29)$$

ou

$$H_2^{(N)} = H_1^{(N)} + h_2 - h_1 - (z_2 - z_1) \quad (30)$$

Dans le cas de points très proches et si on peut supposer que la variation de la hauteur du (quasi) géoïde est faible, celle ci peut être négligée. Dans le cas contraire, cette variation est déduite d'un modèle local, régional ou global de géoïde ou de quasi-géoïde.

### **I.1.d. La mesure de la composante verticale GPS**

Contrairement à la mesure d'altitude, la mesure de la composante verticale GPS est indépendante du champ de gravité et ses variations. Cette détermination est basée sur la mesure du temps de propagation d'une onde électromagnétique entre le satellite et l'antenne réceptrice. C'est donc une mesure que l'on qualifie de géométrique par opposition aux altitudes physiques.

Il est bien connu que pour tous les types de mesures GPS (pseudo distance ou phase) et méthodes d'observation, la détermination de la composante verticale est de 2 à 5 fois moins précise que la détermination planimétrique. Cette plus faible précision s'explique par différents facteurs :

#### La géométrie des satellites

La distribution des satellites et leur trajectoire dans le ciel font que les erreurs sur les distances satellites-antennes se moyennent pour les données planimétriques. Il n'en est pas de même pour la composante verticale, les satellites restant toujours dans le demi-espace au-dessus du point.

#### La troposphère

La troposphère est la couche basse de l'atmosphère. Son épaisseur varie de 8 à 17 km entre le pôle et l'équateur. La réfraction de l'onde envoyée par le satellite entraîne un retard, qui traduit en pseudo-distance, va de 2 m au zénith à plus de 20 m pour de faibles élévations. Tous les logiciels de traitement GPS proposent un modèle troposphérique permettant de corriger la plus grande partie de ce retard.

Ce retard peut être divisé en une composante sèche, responsable de 75% à 90% du retard et une composante humide responsable de 10% à 25 % du retard. L'erreur sur la connaissance de la composante sèche n'est que de 1% tandis que celle commise sur la composante humide reste de 20 à 30%. C'est donc l'estimation de cette dernière qui a fait l'objet de recherches ces dernières années (Doerflinger 1997, Rothacher 1992). La troposphère est un milieu dont les propriétés varient dans le temps et dans l'espace et la valeur du retard n'est pas la même aux deux points d'une ligne de base. Le retard résiduel, c'est à dire après correction par un modèle troposphérique, induit une erreur sur la composante verticale, l'erreur sur les composantes planimétriques étant négligeable. Cette erreur est proportionnelle à la dénivelée et dépend de la stabilité de l'atmosphère pendant la mesure, en particulier du gradient horizontal des paramètres météorologiques.



Différentes études ont été entreprises pour étudier ce problème et estimer le retard du signal GPS dû à la troposphère avec des mesures indépendantes comme celles fournies par des radiomètres à vapeur d'eau. Les comparaisons ont montré que l'ajout d'un paramètre supplémentaire estimant cet écart relatif au moment du calcul améliorerait la répétabilité.

Cette option implémentée dans les logiciels scientifiques comme le Bernese software, Gamit/Globk ou Gipsy/Oasis se développe maintenant chez les logiciels des constructeurs de récepteurs GPS.

Pour des bases à forte dénivelée, des comparaisons entre les différentes modélisations du retard troposphériques ont montré des écarts de 10 cm pour des bases de l'ordre de 1000 m de dénivelée (soit environ 1 cm / 100 m de dénivelée) suivant que l'on utilisait ou non cette option.

Enfin, différentes études semblent montrer que l'on obtient de meilleurs résultats – en tout cas une meilleure répétabilité – en utilisant des paramètres météorologiques standards ramenés au niveau 0 (par exemple Pression = 1013 hPa, Température = 20°C, Humidité = 50%) que des mesures météorologiques prises sur le terrain, ces dernières n'étant pas représentatives de l'atmosphère en altitude.

#### La variation du centre de phase des antennes.

Les logiciels scientifiques tiennent compte de la variation du centre de phase de l'antenne en fonction de l'élévation des satellites. Cette variation est plus importante sur la composante verticale. Les logiciels fournis par les constructeurs de matériel GPS permettent d'ajouter lors du traitement, un décalage (offset) prenant en compte la position moyenne du centre de phase de l'antenne par rapport au point de mesure de la hauteur d'antenne. Il est néanmoins nécessaire de calibrer les antennes pour obtenir la valeur du décalage. L'utilisation d'antennes de même type, orientées de la même manière, élimine la plupart des effets dans le cas de bases courtes (< 1000 km).

Il faut aussi noter l'influence d'un radôme sur l'antenne qui peut faire varier la hauteur de quelques centimètres. Il en est de même pour la neige qui peut s'accumuler sur l'antenne de certaines stations permanentes et induire ainsi une erreur de 1 ou 2 cm sur la composante verticale.

Enfin, les erreurs de prise de hauteurs d'antenne au dessus du point matérialisé sont toujours possibles. Avoir une réoccupation de chaque point permet sinon de corriger, au moins de détecter ce type d'erreur mais augmente le coût des opérations.

## **I.2. Présentation des références RGF93 et IGN69**

### **I.2.a. Référence associée à la mesure GPS : RGF93**

RGF93 est la réalisation française du système de référence européen ETRS89. Il repose sur la solution RRF93.1 issue de l'observation des 23 sites constituant le Réseau de Référence Français observé en 1993, basée sur la réalisation ITRF93 époque 1993 de l'ITRS. Cette solution a ensuite été obtenue en convertissant le jeu de coordonnées ITRF93 époque 93 en ETRS89 suivant les spécifications EUREF. La cohérence de la solution GPS avec les sites ITRF français (Grasse, Toulouse et Brest) ont montré un accord meilleur que 2 cm sur les 3 composantes avec l'ITRF93.

Les coordonnées sont exprimées en longitude, latitude et hauteur ellipsoïdale. L'ellipsoïde associé est GRS80, avec pour origine des longitudes le méridien international de Greenwich.

L'accès à cette référence est assuré par le Réseau Géodésique Français (RGF) matérialisé par 3 niveaux de réseaux :

- le Réseau de Référence Français (RRF) comprenant 23 sites constitue la référence et l'interface avec le réseau européen EUREF.
- le Réseau de Base Français (RBF) comprenant 1009 sites soit un site tous les 25 km environ. Il est conçu pour que tout utilisateur soit toujours à moins de 15 km d'une borne RBF permettant ainsi l'obtention de coordonnées centimétriques avec un récepteur mono-fréquence.
- le Réseau de Détail dont seules des missions tests ont été réalisées et qui doit inclure des points de la NTF et des canevas locaux.

Le RBF comporte des points de la NTF (Nouvelle Triangulation de la France) qui ont permis de définir une transformation entre les systèmes de référence NTF et RGF93. Néanmoins la NTF n'étant qu'une réalisation bidimensionnelle (seulement planimétrique), il n'est pas possible d'utiliser les coordonnées issues de cette transformation pour obtenir une hauteur ellipsoïdale RGF93 et a fortiori une altitude IGN69 par les modèles de conversion étudiés dans ce document.

#### Précision du RRF et du RBF

Les 23 points du réseau de référence RRF ont été observés en 3 sessions de 5 jours avec des récepteurs bifréquence Ashtech code P. Le réseau a été calculé par le logiciel scientifique Bernese Software en utilisant les orbites précises IGS et les paramètres de rotation de la terre. Concernant la troposphère, le modèle utilisé a été celui de Saastomoinen comme valeur moyenne du retard troposphérique. De plus 4 paramètres troposphériques par jour et par station ont été estimés. Les paramètres météorologiques utilisés ont été les suivants : Température sèche=20°, Humidité=50%, Pression=1013 mbar, pris à l'altitude zéro.

Les répétitivités obtenues sont meilleures que 1,5 cm sur les 3 composantes. Une réobservation de ce réseau réalisée en 1996, dont les résultats ne sont pas encore publiés, fournira une nouvelle estimation de la précision de ce réseau ainsi que des mouvements éventuels.

Le RBF a été observé par session de 2 heures, chaque point ayant au moins 2 sessions d'observation. Les récepteurs utilisés ont été des récepteurs bifréquences Ashtech Z-XII. Les calculs ont été réalisés avec le logiciel Ashtech GPPS 5.2. Des paramètres météorologiques régionaux ramenés au niveau 0 ont été fournis par la Météorologie Nationale. La compensation finale du réseau a utilisé un modèle de pondération développé à l'IGN, attribuant un écart type réaliste aux vecteurs GPS en particulier sur la composante verticale.

L'adaptation aux sites RRF a montré une cohérence meilleure que 2 cm en planimétrie et de 5 cm (écart maximum 7,5 cm) sur la composante verticale. L'histogramme des résidus issus de la compensation, les écarts types à posteriori sur la hauteur ellipsoïdale permettent de proposer une précision de la composante verticale des points du RBF de 1.5 cm pour les régions de plaine à 5 cm pour les régions montagneuses (valeurs données à 1  $\sigma$ ) (A. Harmel et J.M. Nocquet, 1996).

#### **I.2.b. Références associées à la mesure d'altitude : NGF/IGN69 – NGF/IGN78**

IGN69 est le système d'altitude légal en France continentale et IGN78 est le système légal en Corse.

Ces référentiels se caractérisent par :

- le type d'altitude  
les altitudes de ces deux systèmes sont “ normales “ (voir paragraphe I.1.b p. 12). Elles reposent sur des mesures de pesanteur réelle, compensées sur le premier ordre en altitudes dynamiques, puis transformées en altitudes normales.

- un point fondamental

Il s'agit d'un point où l'altitude a été fixée d'après des observations marégraphiques. Le point fondamental de l'IGN69 est situé à Marseille, celui de l'IGN78 à Ajaccio.

#### Les observations

L'IGN69 est basé sur la mesure de 40 polygones dits de 1<sup>er</sup> ordre réalisant 13700 km entre 1962 et 1969. L'IGN78 valable sur la Corse a consisté en 1 polygone de 1<sup>er</sup> ordre établi en 1978.

Ces deux systèmes d'altitude sont constitués de 400 000 repères situés le long des routes (un repère tous les 800 mètres environ).

#### Précision du NGF/IGN69

L'IGN69 est hiérarchisé en 4 ordres et les écart-types relatifs vont de 2 mm/racine(km) pour le 1<sup>er</sup> ordre à 5 mm/racine(km). Cette précision relative n'est pas significative du biais de mesure qui est montré par le désaccord de 60 cm sur le trajet Marseille-Dunkerque entre deux nivellements successifs (Kasser, 1989).

Par exemple, 2 points du RBF situés à 25 km et nivelés à partir de repère du 3<sup>ème</sup> ordre ont des précisions relatives en altitude de  $3\text{mm} \cdot (25\text{km})^{1/2} = 1.5\text{cm}$ .

### **I.3. Etat de l'art sur la réalisation des géoïdes**

#### **I.3.a. Surface de conversion obtenue par interpolation de points GPS nivelés**

Cette méthode consiste à exploiter directement la relation (27) ou (28) (suivant le type d'altitude)

$$N = h - H \quad (31)$$

où  $h$  désigne la hauteur ellipsoïdale obtenue par GPS exprimée dans un système de référence géodésique,  $H$  l'altitude exprimée dans un système altimétrique.

$N$  désigne donc la hauteur de l'altitude 0 du système altimétrique sur l'ellipsoïde du système de référence géodésique.

Lorsque l'on dispose d'un semis de points déterminés dans les deux systèmes, il est possible de déterminer par interpolation la valeur de  $N$  en n'importe quel point. Cette méthode donne donc directement une surface de conversion des hauteurs ellipsoïdales du système de référence en altitudes et non le géoïde (ou du moins que dans la mesure où l'altitude 0 est proche du géoïde). Par construction même de cette surface, on ne rencontre donc pas les problèmes de référence détaillés dans le paragraphe I.3.b dans le cas de géoïde gravimétriques.

La précision de cette méthode dépend de :

- la précision de la réalisation du système de référence géodésique,
- la précision de la réalisation du système altimétrique,
- la précision de la mesure GPS de  $h$ ,
- la densité de points : contrairement aux données gravimétriques ou aux modèles numériques de terrain qui donne une information régionale pour la détermination du géoïde, cette mesure est ponctuelle. En particulier, il n'est pas possible de prédire des variations de la surface à des longueurs d'onde inférieures à la distance entre les points,
- l'interpolateur : le choix de l'interpolateur, en particulier sa régularité doit restituer le comportement de la surface de conversion entre les points d'appui. Son choix est important car associé à un critère statistique, il permet de détecter les fautes.

### **I.3.b. Géoïdes gravimétriques**

#### Anomalie de pesanteur et formule de Stokes

On utilise à nouveau la figure 5. On appelle anomalie de pesanteur la différence entre la pesanteur réelle en M et la pesanteur normale en Q :

$$\Delta g = g(M) - g(Q) \quad (32)$$

Pratiquement, la pesanteur sur la surface topographique se mesure facilement, tandis que la pesanteur normale en Q peut être calculée par les formules (7) et (10) à condition de connaître l'altitude de M, égale à la hauteur ellipsoïdale de Q avec une approximation suffisante. On peut de la même manière définir une anomalie de pesanteur sur le géoïde :

$$\Delta g_0 = g(M_0) - g(Q_0) \quad (33)$$

La formule de Stokes permet d'exprimer la hauteur du géoïde en un point  $M_0$  en fonction des anomalies de pesanteur sur le géoïde :

$$N = \frac{R}{4\pi g_0} \int_s \Delta g_0 S(\mathbf{y}) d\mathbf{s} \quad (34)$$

$R$  est le rayon de la Terre,  $g_0$  l'accélération normale de la pesanteur en  $Q_0$ ,  $\mathbf{y}$  la distance angulaire entre le point de calcul  $M_0$  et le point courant d'intégration  $P_0$  (figure 7),  $\mathbf{s}$  est la sphère de rayon unité.  $S$  est la fonction de Stokes :

$$S(\mathbf{y}) = \frac{1}{\sin \frac{\mathbf{y}}{2}} - 6 \sin \frac{\mathbf{y}}{2} + 1 - 5 \cos \mathbf{y} - 3 \cos \mathbf{y} \ln \left( \sin \frac{\mathbf{y}}{2} + \sin^2 \frac{\mathbf{y}}{2} \right) \quad (35)$$

$\mathbf{y}$  s'obtient par une formule classique de trigonométrie sphérique à partir des coordonnées géographiques  $l, j$  de  $M_0$  et  $l', j'$  de  $P_0$  :

$$\mathbf{y} = \arccos(\sin j \sin j' + \cos j \cos j' \cos(l' - l)) \quad (36)$$

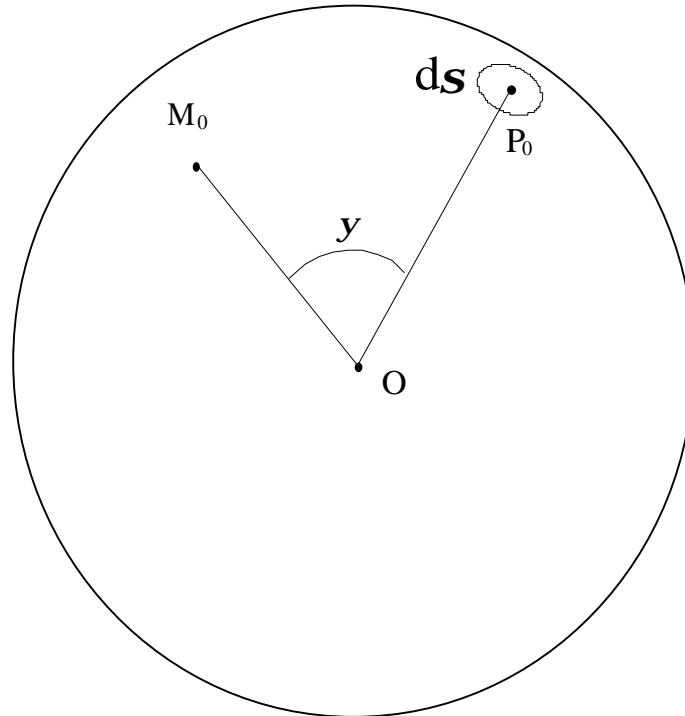


Figure 7 : Intégrale de Stokes : point de calcul  $M_0$  et point courant  $P_0$ .

Les conditions d'applicabilité de la formule de Stokes sont malheureusement peu réalistes :

- les anomalies de pesanteur doivent être réduites au géoïde,
- il ne devrait pas y avoir de masse au-dessus du géoïde,
- les anomalies devraient être connues sur la Terre entière.

En particulier, la réduction des anomalies au géoïde ne peut être exactement calculée que si on dispose d'un bon modèle de répartition des masses dans la croûte terrestre.

#### Techniques modernes de calcul

Un certain nombre d'aménagements à la théorie de Stokes ont été proposés pour remédier à ses inconvénients. Dans la théorie de Molodenski, on évite la réduction des données gravimétriques au géoïde en traitant les anomalies au niveau du terrain, et non plus au niveau du géoïde. En contrepartie, la quantité calculée n'est plus la hauteur du géoïde  $N$ , mais l'anomalie d'altitude  $z$  (figure 6). D'autre part, le calcul pratique des intégrales telles que (34) nécessite la confection de grilles régulières d'anomalies de pesanteur, impliquant une interpolation à partir des mesures ponctuelles. Pour améliorer l'exactitude de l'interpolation et de l'intégration, on peut diminuer la variabilité des anomalies gravimétriques en retranchant des anomalies de pesanteur la composante verticale de l'attraction gravitationnelle du terrain. Enfin, on peut modéliser les anomalies des zones lointaines et réduire le domaine d'intégration à une calotte de quelques centaines de kilomètres de rayon en utilisant un modèle global de champ (formule (5)). La synthèse de ces différentes idées est réalisée dans la méthode du terrain résiduel (Forsberg, 1994). On calcule d'abord des anomalies de pesanteur ponctuelles résiduelles en retranchant des anomalies à l'air libre les anomalies du modèle global  $\Delta g_{GM}$  et les effets du terrain  $\Delta g_{RT}$  :

$$\Delta g_{Res} = \Delta g - \Delta g_{RT} - \Delta g_{GM} \quad (37)$$

Des valeurs d'anomalies résiduelles sont ensuite interpolées aux nœuds d'une grille, puis intégrées par la formule de Stokes :

$$x_{Res} = \frac{R}{4\pi a} \int_0 \Delta g_{Res} S(y) d\sigma \quad (38)$$

On obtient des anomalies d'altitudes résiduelles, auxquelles il faut rajouter l'effet du terrain et l'anomalie d'altitude du modèle de champ :

$$z = z_{GM} + z_{RT} + z_{Res} \quad (39)$$

On obtient ainsi un quasi-géoïde par combinaison des anomalies gravimétriques et des anomalies du modèle de champ. A l'intérieur de la calotte d'intégration de Stokes, les anomalies gravimétriques sont prises en compte. A l'extérieur, le modèle de champ est seul utilisé. Les corrections de terrain sont particulièrement coûteuses en temps de calcul. En contrepartie, la précision du quasi-géoïde obtenu est d'un petit nombre de centimètre en pays de plaine avec des données de qualité, à 15 ou 20 centimètres en terrain accidenté avec des données de qualité moyenne. A titre d'exemple, on décrit ci-dessous deux réalisations qui concernent le territoire français.

#### Les quasi-géoïdes QGF98 et EGG97

QGF98 est un modèle de quasi-géoïde réalisé à l'Ecole Supérieure des Géomètres et Topographes (Duquenne, 1998) avec le concours de nombreux organismes fournisseurs de données (Bureau Gravimétrique International, Institut Géographique National, etc.). 557913 valeurs de pesanteurs ont été rassemblées (figure 8) pour ce calcul, dont certaines sont déduites d'altimétrie par satellite. Un modèle numérique de terrain, au pas de  $4,5'' \times 6''$  couvrant 400 degrés carrés a permis le calcul des corrections de terrain. Le modèle de champ utilisé est OSU91A. Le logiciel GRAVSOFT (Tscherning et al., 1992) et des programmes développés à l'ESGT ont été mis en œuvre. Le système de référence géodésique du modèle de champ a été ramené à ETRS89, mais les paramètres de la transformation ne sont pas tous très bien connus. Une comparaison de QGF98 avec les points nivelés du Réseau Géodésique Français (RGF, voir paragraphe I.2.a.) a permis d'estimer la précision du quasi-géoïde à 10,4 cm (paragraphe I.3.c.). Des discordances importantes (voir figure 9) sont apparues entre le quasi-géoïde et les points de contrôle dans le sud est de la France (jusqu'à 57 cm) et surtout en Corse (plus d'1m). Elles sont dues à des erreurs ou fautes sur les données gravimétriques en Méditerranée.

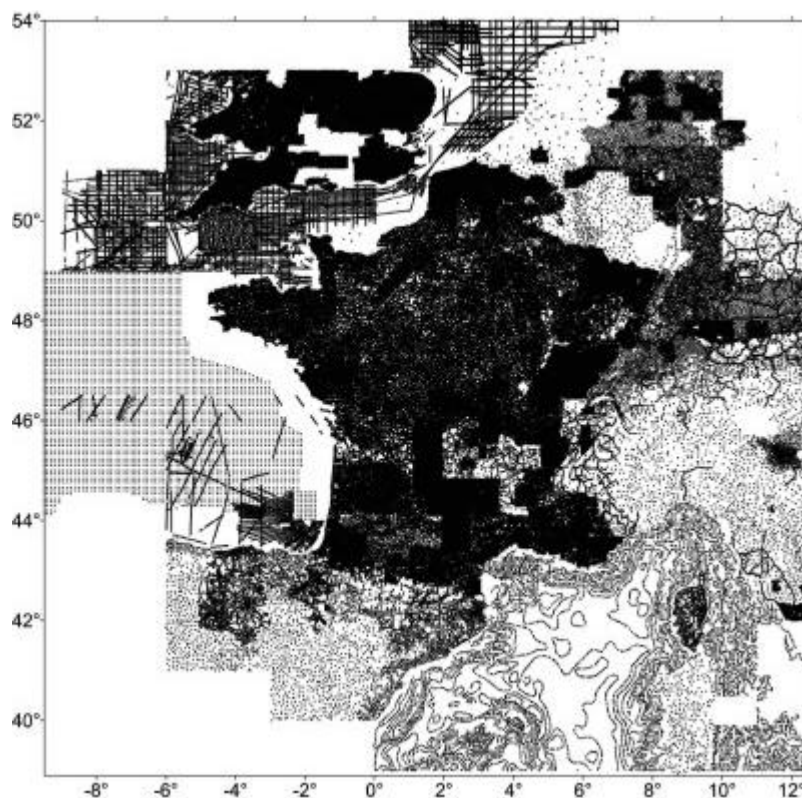


Figure 8 : Données gravimétriques utilisées pour QGF98.

EGG97 est une réalisation de l'Université de Hanovre (Denker et al., 1998). Pour sa partie française, les données sont presque identiques à celles de QGF98. Le modèle de champ est EGM96. La méthode de traitement est une variante de la méthode du terrain résiduel dans laquelle la combinaison de la gravimétrie et du modèle de champ est réalisée par méthode spectrale (Wenzel, 1982). Cela permet de diminuer l'influence des erreurs à grandes longueurs d'onde sur la gravimétrie et celle des erreurs à courtes longueurs d'onde du modèle de champ. La précision de EGG97 déduite d'une comparaison avec le Réseau Géodésique Français est de 8.3 cm. La méthode de combinaison spectrale a permis d'atténuer les conséquences des erreurs de la gravimétrie en Méditerranée et en Corse.

### **1.3.c. Du géoïde gravimétrique à la surface de référence altimétrique**

Le problème est de pouvoir transformer une hauteur ellipsoïdale purement géométrique, issue d'observations et de traitement GPS, en altitude : cela est théoriquement résolu par une formule du type (27), (28), (29) ou (30) suivant le type d'altitude et la technique de positionnement utilisés. Il suffirait donc de disposer d'un modèle de géoïde ou de quasi-géoïde pour effectuer la conversion.

En pratique, les choses sont moins simples : lorsque l'on compare les géoïdes et quasi-géoïdes scientifiques aux données en colocation GPS/nivellement, on constate des écarts importants, supérieurs aux précisions à la fois du GPS/nivellement et interne du géoïde gravimétrique. Ces écarts sont trop importants pour permettre d'utiliser directement ces modèles pour des applications géodésiques et topographiques.

L'origine de ces écarts est diverse. Les formules (27) à (30) supposent que la hauteur ellipsoïdale et la hauteur du (quasi-) géoïde sont exprimées dans la même référence géodésique. La référence de la hauteur ellipsoïdale est celle du réseau d'appui. Celle du géoïde dépend de la façon dont il a été réalisé. Les différences entre systèmes de référence ne sont pas toujours bien connues.

La référence d'altitude est réalisée par un réseau de nivellement qui présente des erreurs accidentelles (quelques  $\text{mm}/\sqrt{\text{km}}$ ) et systématiques (0,30 m/1000 km en France). De plus, la réalisation du 0 du nivellement par un marégraphe ne permet pas de garantir que ce 0 est sur un modèle de géoïde donné.

Les erreurs systématiques, les fautes et manques de données affectant la gravimétrie se traduisent sur le quasi-géoïde gravimétrique par des erreurs corrélées à moyenne distance, du fait du processus d'intégration. Leur distance de corrélation croît avec le rayon d'intégration de Stokes. La limitation de ce rayon provoque le même type d'erreur.

Les effets troposphériques sur les mesures GPS produisent des erreurs corrélées sur la hauteur ellipsoïdale. La distance de corrélation peut dépasser 20 km, en fonction des longueurs de base et du nombre de récepteurs. D'autres erreurs et fautes dans le réseau GPS ont des effets non corrélés.

Les points nivelés du RBF permettent de disposer d'un ensemble de points géodésiques  $P_i$ , de coordonnées géographiques  $\mathbf{j}_i, \mathbf{l}_i$ , où sont connues la hauteur ellipsoïdale  $h_i$  dans le système de référence RGF93 et l'altitude normale  $H_i$  dans le système NGF/IGN69. On calcule pour chaque point la valeur de la conversion RGF93-IGN69 qui est en fait la hauteur de la référence d'altitude (altitude 0 dans le système IGN69) au-dessus de l'ellipsoïde géodésique :

$$Z_{GPS-Niv,i} = h_i - H_i \quad (40)$$

On calcule ensuite l'écart entre celle-ci et la hauteur du quasi-géoïde gravimétrique  $Z_{Grv,i}$  au-dessus de sa propre référence. Les écarts dont la distance de corrélation dépasse l'étendue du réseau géodésique peuvent être modélisés par une tendance générale, les autres erreurs étant estimées par un résidu  $v_i$  :

$$Z_{GPS-Lev,i} - Z_{Grv,i} = a + b(\mathbf{j}_i - \mathbf{j}_0) + c(\mathbf{l}_i - \mathbf{l}_0) \cos \mathbf{j} + v_i \quad (41)$$

où  $a, b, c$  sont des paramètres pouvant être ajustés par moindres carrés, et  $\mathbf{j}_0, \mathbf{l}_0$  sont les coordonnées d'un point de référence moyen sur la zone.

Cette relation d'observation permet de corriger le géoïde gravimétrique simultanément d'un décalage vertical correspondant à un biais moyen du modèle (paramètre  $a$ ) et d'un basculement (paramètres  $b$  et  $c$ ) exprimé par une pente vers le nord (en latitude) et une pente vers l'est (en longitude).

Le tableau ci-dessous présente les écarts obtenus pour différents modèles de géoïde (ou quasi-géoïde) sur le millier de points nivelés du RBF.

	<b>QGF96</b>	<b>QGF98</b>	<b>EGG97</b>	<b>EGM96</b>
Biais (m)	0.051	0.060	-0.562	0.212
Pente vers le nord (m/1000 km)	-0.523	-0.5258	-0.227	-0.462
Pente vers l'est (m/1000 km)	0.852	0.7852	0.374	0.886
Écarts maximaux (m)	-0.47/0.724	-0.379/0.676	-0.60/0.72	-0.685/1.692
Moyenne des résidus (après basculement) en m	0.128	0.109	0.083 0.077	0.303

Tableau 1 : comparaisons de modèles de géoïde aux points nivelés du RBF

On constate que les modèles QGF96/98 présentent un biais plus faible que le modèle de géoïde européen EGG97. En revanche après correction par la surface définie par la relation (ii) EGG97 présente un écart quadratique moyen aux points nivelés du RBF de 8.3 cm contre 12.8 et 10.9 cm pour QGF96 et QGF98 respectivement. Cette simple correction permet de disposer de grilles de conversion à un niveau de précision de 10-15 cm.

Un second niveau de correction est nécessaire pour transformer des grilles de géoïde en surface de conversion altimétrique de précision subdécimétrique. Cette étape consiste à interpoler les écarts résiduels après ce premier niveau de correction des modèles sur les points GPS/nivelés en une grille qui est ensuite soustraite au géoïde corrigé.

Dans le cas des surfaces de conversion RAF96 et RAF98 issus des modèles de géoïde QGF96 et QGF98, H. Duquenne a développé une méthode d'analyse statistique pour séparer, estimer et modéliser les différentes erreurs responsables de la différence entre quasi-géoïde et surface de conversion altimétrique. La tendance modélise les erreurs de systèmes de références géodésiques, les erreurs à grande longueur d'onde du modèle de champ (termes de bas degrés dans le développement (5)), les erreurs à longue distance du réseau de nivellement et d'éventuelles faibles erreurs à longue distance du GPS. Les résidus présentent des corrélations locales (figure 9). Il est possible de raffiner l'analyse en les dissociant en signal et bruit :

$$v_i = s_i + n_i \quad (42)$$

Le signal représente la partie corrélée des résidus, principalement les erreurs sur la pesanteur, mais aussi les erreurs troposphériques affectant le GPS et les erreurs corrélées du nivellement. Le bruit représente les erreurs non corrélées, dont les fautes éventuelles sur le GPS ou le nivellement. Une méthode de prédiction par collocation (Milbert, 1995; Duquenne, 1999) permet d'estimer le signal et le bruit pour chaque point  $P_i$  et le signal en tout autre point. En calculant la tendance et le signal en chaque point de la grille du quasi-géoïde, on transforme celui-ci en surface de référence d'altitude exprimée dans la référence du réseau géodésique. Par la même occasion, cela permet d'obtenir une indication statistique de la qualité du réseau de points GPS nivelés et la gravimétrie : des valeurs importantes des signaux sont l'indice de fautes sur la gravimétrie (voir par exemple la Côte d'Azur sur la figure 9), tandis que des bruits élevés indiquent des fautes sur le réseau géodésique ou le nivellement.

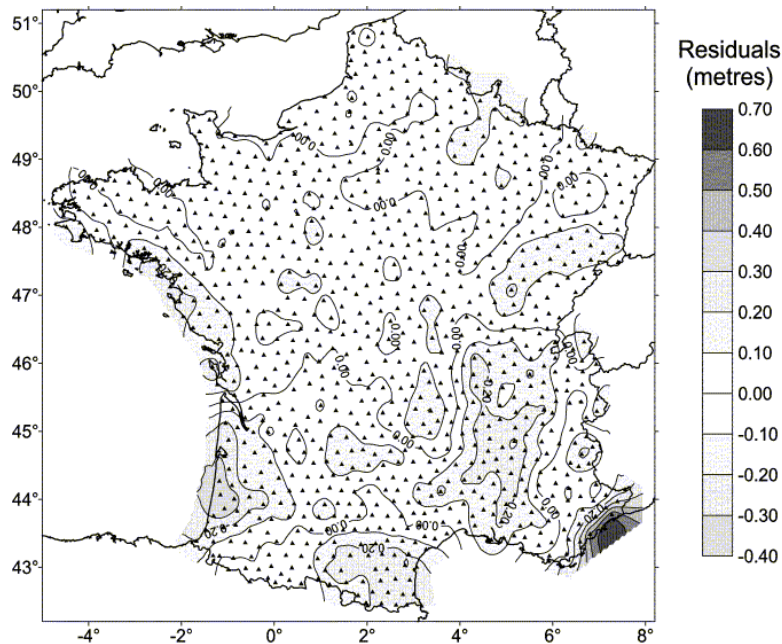


Figure 9 : Résidus de la comparaison de QGF98 avec les points nivelés du RGF

La référence d'altitude est obtenue par :

$$Z_{GPS-Niv} = Z_{Grv} + a + b(\mathbf{j} - \mathbf{j}_0) + c(\mathbf{I} - \mathbf{I}_0) \cos \mathbf{j} + n \quad (43)$$

Elle est correcte même si le quasi-géoïde gravimétrique est contaminé par des erreurs de gravimétrie assez grosses pour "sortir du bruit". La tableau 2 donne les valeurs des paramètres de tendance et les statistiques sur les résidus, les signaux et les bruits obtenus lors de la comparaison de QGF98 au Réseau Géodésique Français. On peut en déduire une précision du quasi-géoïde de 10,4 cm, et une précision de l'altimétrie ( $h$  et  $H$ ) du RGF de 3,4 cm. Ce dernier nombre est compatible avec les estimations de précision du RGF et du réseau de nivellement (paragraphe I.2.a, I.2.b). Les grilles de



conversion RAF96 et RAF98 ont été calculées par le procédé qui vient d'être décrit (Duquenne, 1997a; Duquenne, 1999).

	<i>Paramètre</i>	<i>Unité</i>	<i>Valeur</i>
<i>a</i>	biais constant	mètre	0.060
<i>b</i>	pente vers le nord	m/1000 km	-0.5258
<i>c</i>	pente vers l'est	m/1000 km	0.7852
Min <i>v</i>	résidu minimal	mètre	-0.379
Max <i>v</i>	résidu maximal	mètre	0.676
<i>s<sub>v</sub></i>	ecart-type des résidus	mètre	0.109
<i>s<sub>s</sub></i>	ecart-type des signaux	mètre	0.104
<i>s<sub>n</sub></i>	ecart-type des bruits	mètre	0.034

*Tableau 2: Comparaison de QGF98 avec 978 points du RGF.*

Dans les modèles dérivés du géoïde européen EGG97, J.M. Nocquet propose de corriger les grandes longueurs d'onde des écarts obtenus entre le géoïde européen et les points nivelés du RBF. Pour cela, on divise la France en blocs de  $n \times n$  degrés. Un écart moyen est alors calculé sur chaque pavé. Une grille des écarts du modèle de géoïde aux points nivelés du RBF est ensuite calculée sur la base de ces tendances en utilisant la méthode d'interpolation dite de « la grille élastique ». Dans cet algorithme, on choisit empiriquement les contraintes (facteur de tension) de régularité de l'interpolateur. Les deux modèles issus de ce travail sont l'EGG97-1D, réalisé sur la base d'une surface réalisée en estimant des tendances tous les pavés de  $1 \times 1^\circ$  et l'EGG97F05 sur la base d'un pavé de  $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ .

## **II. LES MODELES DE CONVERSION ALTIMETRIQUES RGF93-IGN69**

### **II.1. Présentation des modèles**

#### **II.1.a. listes des modèles disponibles**

Nous ne nous sommes intéressés ici qu'aux modèles dont l'emprise couvrait au moins la France continentale. Les modèles recensés sont présentés par ordre chronologique dans le tableau suivant :

Modèles	T*	Auteur / organisme	année	Etendue	pas	données utilisées
Levallois	S	Levallois/IGN	1970	France	-	nivellement astro-géodésique
Levallois	S	Levallois/IGN	1970	France	-	nivellement astro-gravimétrique
Deloménie	G	Deloménie/BGI-IGN	1987	France	-	Gravimétrie
OSU 91	P	Rapp et al. Ohio State University	1991	Monde		Trajectographie Gravimétrie Altimétrie
EGM96	P	NASA/NIMA	1996	Monde	15' x 15'	trajectographie altimétrie satellitaire gravimétrie
G96-01b	S	Jiang/IGN	1996	France	1/40°x 1/30°	points GPS nivelés MNT
QGF96	QG	Duquenne/ESGT et IGN	1996	France	1/40°x 1/30°	OSU91A Gravimétrie altimétrie satellitaire MNT
RAF96	S	Duquenne/ESGT et IGN	1996	France	1/40°x 1/30°	QGF96 points GPS nivelés
GGF97	S	Harmel/Nocquet IGN	1997	France + Corse	0.1° x 0.1°	points GPS nivelés
EGG97	G, QG	Torge/Denker IFE Université de Hannover	1997	Europe	1/40° x 1/60°	EGM96 Gravimétrie Altimétrie satellitaire MNT
EGG97F05 EGG97-1D	S	Nocquet/IGN d'après EGG97	1997	France	1/40° x 1/60°	EGG97 points GPS nivelés
QGF98	QG	Duquenne/ESGT	1998	France	1/40°x 1/30°	OSU91 Gravimétrie Altimétrie satellitaire MNT
RAF98	S	Duquenne/ESGT	1998	France	1/40°x 1/30°	QGF98 points GPS/nivelés
GPM98A/B	P	Wenzel/université de Karlsruhe	1998	Monde	5' x 5'	Trajectographie Gravimétrie Altimétrie satellitaire MNT

*tableau 3 : liste des modèles de géoïde et de surface de conversion altimétrique*

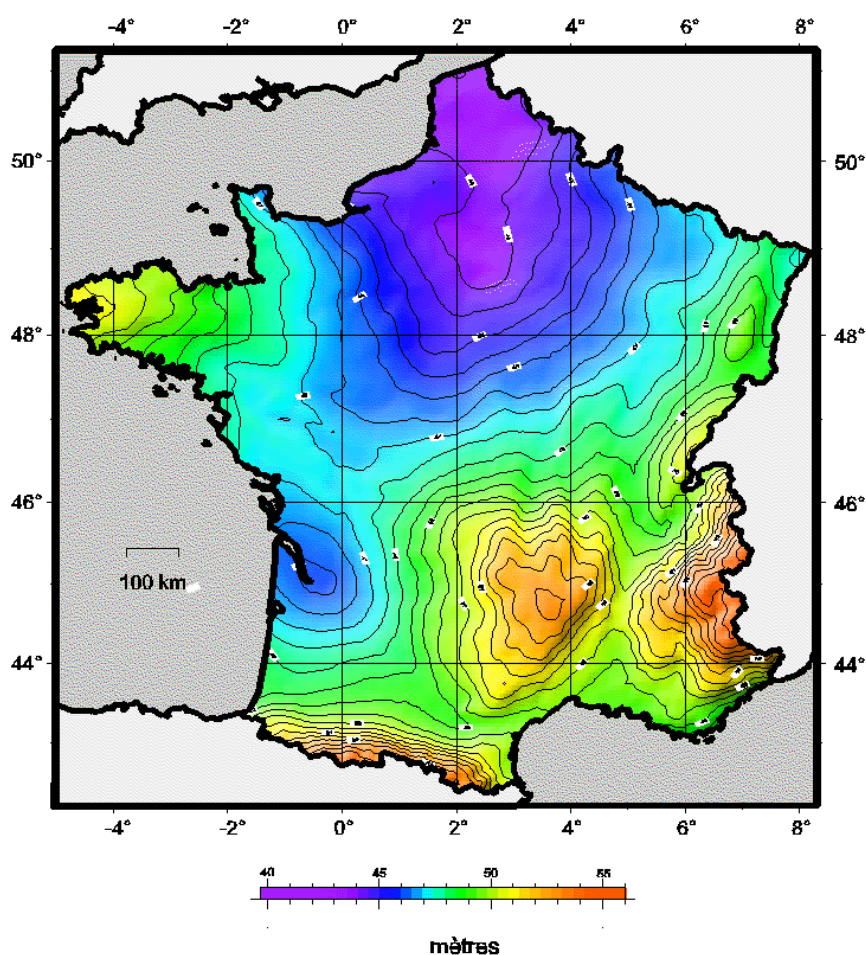
*\*T (type de modèle) : S surface de conversion altimétrique, G modèle de géoïde, QG quasi-géoïde, P modèle de potentiel de pesanteur*

### II.1.b. Présentation des modèles testés

En allant des modèles aux pas les plus fins aux plus larges, on a :

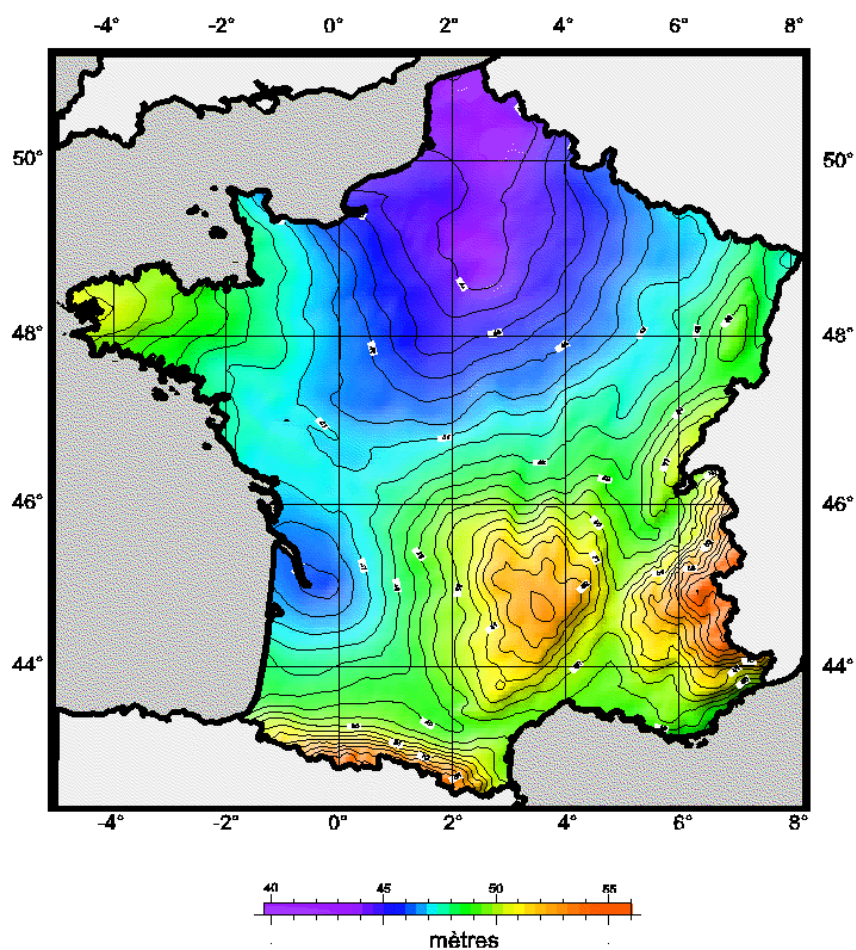
EGG97 (European Gravimetric Geoid) est un modèle de géoïde sur l'Europe produit par Denker et Torge de l'Institut für Erdmessung à l'université de Hannover. Ce modèle a un pas de  $0.016^\circ$  en latitude et  $0.025^\circ$  en longitude (environ 2 km). Il est obtenu à partir de données gravimétriques terrestres et maritimes, de données d'altimétrie satellitaire, et utilise des Modèles Numériques de Terrain (MNT) pour évaluer la contribution du relief au géoïde. Comme expliqué précédemment, ce géoïde scientifique n'est pas utilisable comme surface de conversion. J.M. Nocquet en a dérivé deux surfaces de conversion altimétrique RGF93-IGN69 appelées EGG97-1D et EGG97F05 qui sont testées dans la suite.

## EGG97-1D



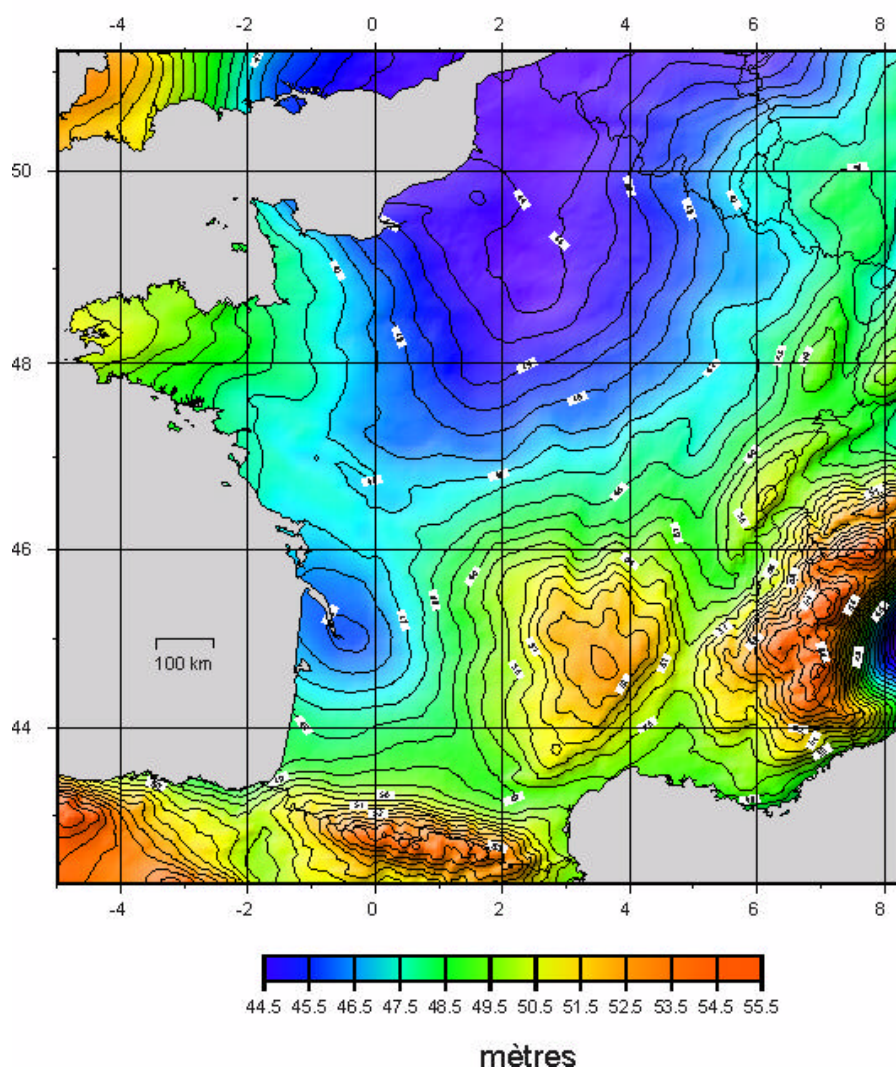
RAF96 (Référence d'Altitude Française) est la surface de conversion calculée sur la France continentale par H. Duquenne de l'Ecole Supérieure des Géomètres Topographes (ESGT). Il a d'abord calculé un quasi-géoïde (QGF96) à partir des mêmes types de données que pour l'EGG97 sur la France et une zone voisine. Ce géoïde a ensuite été déformé par redistribution des résidus observés sur les points nivelés du RBF. Le pas de ce modèle est de  $0.033^\circ$  en longitude et de  $0.025^\circ$  en latitude (2.5 km).

## RAF96



RAF98 est le nouveau modèle de surface de conversion altimétrique RGF93-IGN69 proposé par H. Duquenne de l'ESGT. RAF98 est dérivé du modèle de quasi-géoïde QGF98. Par rapport au modèle de quasi-géoïde précédent QGF96, environ 2 fois plus de données gravimétriques ont été utilisées. Une attention particulière a été portée lors de la confection de la grille RAF98 à partir du modèle QGF98 dans la détection de fautes dans les données GPS/nivellement liées au RBF.

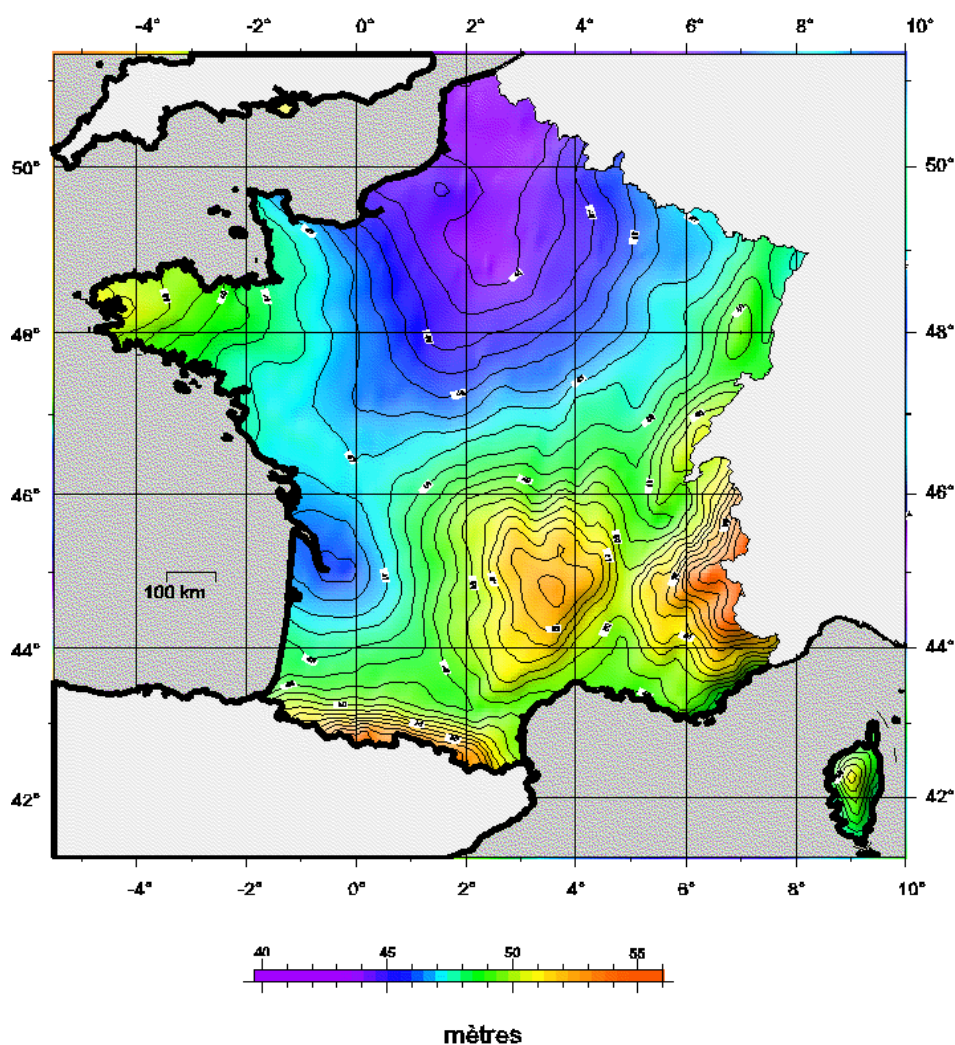
## RAF98





GGF97 (Géoïde Géométrique Français) est la surface de conversion produite au Service de Géodésie et Nivellement (SGN) de l'IGN par A. Harmel et JM. Nocquet. Elle est obtenue simplement par interpolation de 1100 points nivelés du RBF. Cette surface a un pas de  $0.1 \times 0.1^\circ$  (environ 10 km). Elle peut être considérée comme la représentation surfacique des points nivelés du RBF. Ce modèle inclut la Corse et la conversion RGF93-IGN78.

## GGF97



### Commentaires

La simple comparaison visuelle de ces modèles montre que le modèle GGF97 est beaucoup plus lisse que les modèles issus du géoïde européen EGG97 et que les surfaces RAF96/98. En particulier, la

variabilité de la surface est beaucoup plus importante dans les Alpes pour ces 2 derniers modèles que pour le GGF97.

Les caractéristiques générales et communes à ces surfaces sont :

- une valeur moyenne sur la France de l'ordre de 45 mètres.

Cela signifie que sans correction sur la valeur de l'altitude ellipsoïdale obtenue par une mesure GPS, indépendamment de toute autre erreur, l'erreur commise sur l'altitude exprimée en IGN69 serait de 45 mètres en moyenne.

- une amplitude des variations de cette surface d'environ 11 mètres sur la France continentale, le minimum étant d'un peu moins de 44 mètres dans le nord de la France et atteignant 55 mètres dans les Alpes.

Cette variation signifie par exemple que l'écart entre, d'une part, la dénivelée géométrique observée par GPS entre Dunkerque et Briançon et d'autre part, la dénivelée mesurée par nivellement entre ces mêmes villes donnerait un résultat différent de 11 mètres.

- les pentes maximales de la surface de conversion RGF93-IGN69 sont intéressantes. Pratiquement, la signification de cette pente est l'erreur commise par un utilisateur stationnant par GPS d'une part un repère de nivellement, et d'autre part à un kilomètre de là, le point dont l'altitude est à déterminer. La formule consistant à prendre comme altitude du point l'altitude du repère de nivellement + la dénivelée observée par GPS sans correction de pente proposée par les modèles conduit à une erreur que les pentes maximales de la surface permettent de majorer.

Une estimation de ces pentes a été réalisée sur l'ensemble des points nivelés du RGF. Les pentes les plus importantes sont de 9.5 cm/km dans les Pyrénées sur le Pic du Midi de Bigorre et de 9.1 cm/km dans les Alpes près de Bourg d'Oisans. Ces pentes sont obtenues sur des distances de l'ordre de 25 km correspondant aux distances entre les points du RBF. Des variations plus locales laissent présager de pentes plus importantes.

Sur les modèles testés on obtient les valeurs données dans le tableau ci-dessous :

#### Pyrénées

	<b>GGF97</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97F05</b>
Pente maximum	10.6 cm / km	13.4 cm / km	15.8 cm / km
Localisation	$\lambda = 1.0^\circ$ , $\varphi = 42.95^\circ$	$\lambda = 0.86^\circ$ , $\varphi = 42.98^\circ$	$\lambda = 0.92^\circ$ , $\varphi = 42.98^\circ$

*tableau 4 : pentes maximales données par les modèles (Pyrénées)*

Les pentes les plus fortes se situent dans une zone située au sud de Saint Gaudens. Ces pentes sont obtenues sur des distances de l'ordre de 10-15 km pour le GGF97, et 2-5 km pour les modèles RAF98 et EGG97F05 issus de données gravimétriques

#### Alpes

	<b>GGF97</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97F05</b>
Pente maximum	9.8 cm / km	15.7 cm / km	15.2 cm / km
Localisation	$\lambda = 5.95^\circ$ , $\varphi = 45.0^\circ$	$\lambda = 5.95^\circ$ , $\varphi = 45.21^\circ$	$\lambda = 5.95^\circ$ , $\varphi = 45.21^\circ$

*tableau 5 : pentes maximales données par les modèles (Alpes)*

Les pentes les plus fortes se situent au sud du massif de Belledune et au pied du Pelvoux. Elles sont du même ordre de grandeur que celles obtenues dans les Pyrénées. GGF97 présente des pentes plus

faibles que les autres modèles. Ces fortes pentes de l'ordre de 15 cm / km prédites par les modèles le sont sur des courtes distances, inférieures à 10 km qui ne peuvent être présentes dans le modèle GGF97 dont les données (1 point tous les 25 km) ne permettent pas de retrouver ces signaux « haute-fréquence ».

#### Corrélation avec les structures géologiques

Le lien avec les structures géologiques est évident. Les massifs montagneux sont immédiatement visibles et correspondent à des anomalies positives du géoïde et des surfaces de conversion. Ces anomalies sont liées à l'excès de masse dû aux montagnes combiné avec leur conséquence en profondeur. Ces anomalies sont de l'ordre de 5-6 mètres sur les Alpes et les Pyrénées, de 4 mètres sur le Massif Central, 1 mètre sur les Vosges.

Les creux de ces surfaces correspondent aux bassins sédimentaires Parisien et Aquitain. Ces creux sont de l'ordre de 1 mètre pour le bassin Aquitain et 2.5 mètres pour le bassin Parisien.

Enfin, en Bretagne, on note la pente positive vers l'ouest de ces surfaces qui correspond à une anomalie à grande longueur d'onde centrée sur le sud de l'Islande.

### **II.1.c. Comparaison des modèles**

Les cartes suivantes montrent les différences entre les modèles testés. Les différences en dehors des frontières françaises ne sont pas significatives.

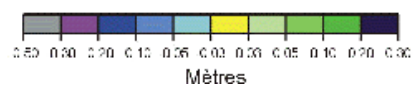
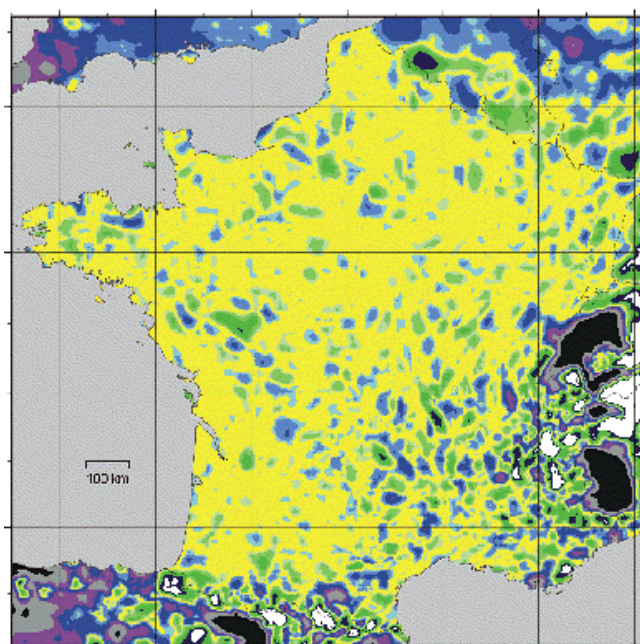
Cette comparaison met en évidence les différences entre les surfaces dérivées des géoïdes gravimétriques (EGG97F05 et RAF98) et la surface issue de l'interpolation des points nivelés du RBF.

Une grande partie du territoire présente des écarts inférieurs à 5 cm. Cette partie correspond grossièrement aux régions de plaine de la moitié nord et de l'ouest du pays. Les différences dans ces régions montrent des variations de longueur d'onde caractéristique de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres. On peut noter quelques problèmes au sud d'Angers (vers Thouars) où les écarts atteignent 15 cm, au nord de Mantes-La-Jolie, autour de Saint Brioux. D'autres zones en plaine, moins étendues présentent des différences significatives sans doute dues à un choix différent de prise en compte ou de rejet d'un point nivelé du RBF dans les surfaces.

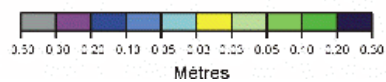
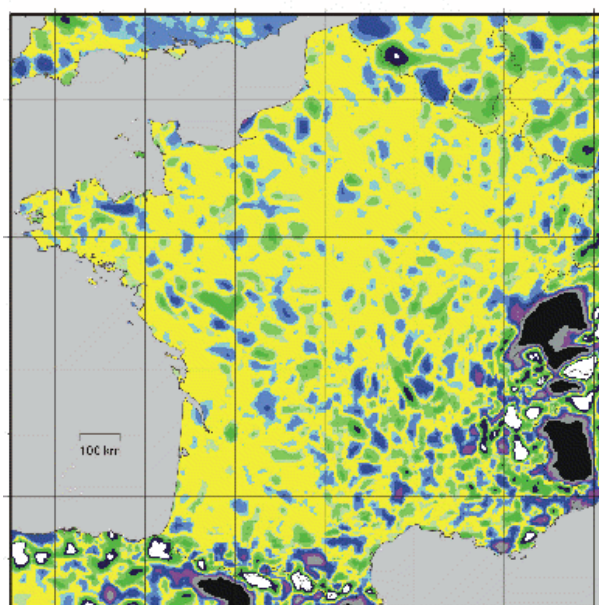


Comparaison de RAF98 et EGG97F05 à GGF97

Différence raf98-ggf97



Différence EGG97F05-GGF97



Les différences entre les surfaces RAF98-EGG97F05 et le GGF97 sont beaucoup plus importantes dans les régions montagneuses. Elles atteignent des maxima de plus de 30 cm dans les régions de hautes montagnes et sur la Côte d'Azur. La comparaison des points GPS-nivelés du RBF montre un maximum local d'environ 50 cm vers Toulon, des différences d'environ 30 cm s'étendant sur quelques dizaines de kilomètres dans les Alpes, le Massif Central et Les Pyrénées.

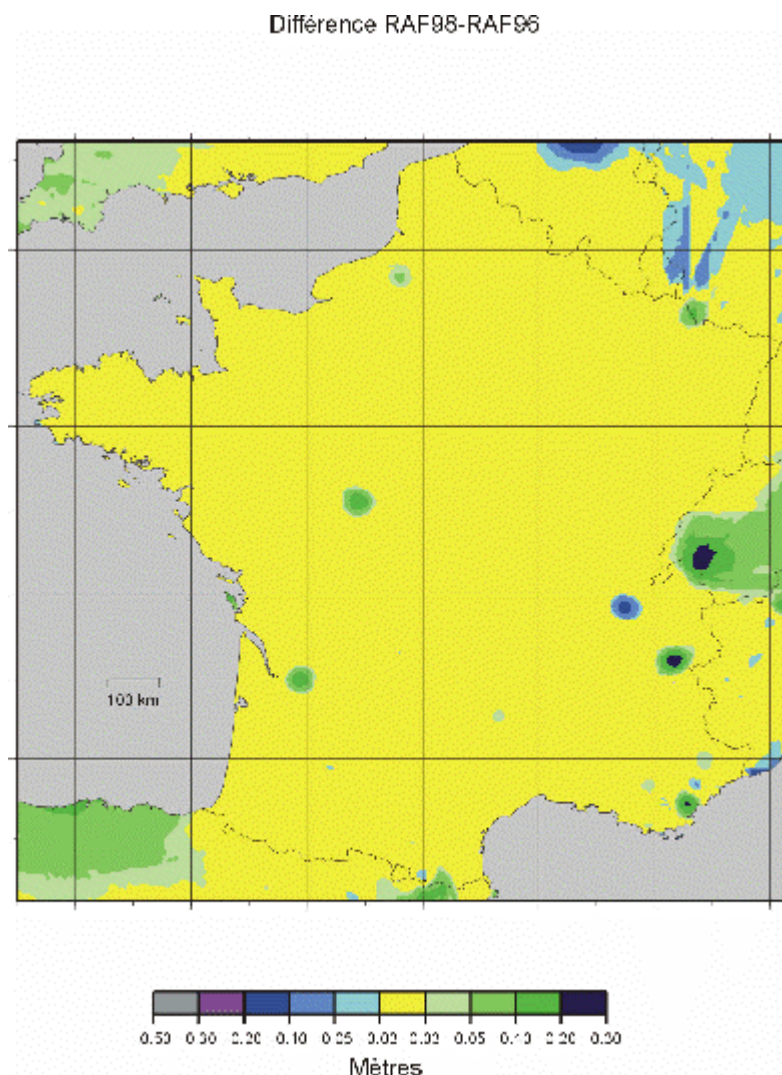
A l'exception des Alpes, les zones de différence supérieure à 5 cm entre les surfaces RAF98-EGG97F05 et GGF97 présentent des longueurs d'onde caractéristiques de l'ordre de 10 à quelques dizaines de km. Ceci est dû au fait que les 3 modèles utilisent les points nivelés du RBF qui échantillonnent le territoire avec un pas de 25 km environ. Les surfaces de conversion issues de modèles de géoïde gravimétrique présentent des longueurs d'onde plus courtes, absentes du modèle GGF97.

### Comparaison RAF96-RAF98

Les différences entre ces deux surfaces ont pour origine :

- les écarts entre les modèles de quasi-géoïde gravimétrique QGF96 et QGF98 dont ces surfaces sont issues
- une différence dans les données d'adaptation des quasi-géoïdes sur les points nivelés du RBF. En particulier certains points nivelés du RBF ont été introduits dans une surface et rejetés lors de la réalisation de l'autre.

La carte des écarts montre qu'à un niveau de 3 cm RAF96 et RAF98 sont équivalentes sauf à proximité de certains points GPS nivelés du RBF. En effet, certains points ont été rejetés dans un modèle et pas dans l'autre. Ces écarts peuvent être retrouvés grâce aux tableaux des écarts des modèles aux valeurs de  $N = h - H$  fournis par les points nivelés du RBF. Les plus importants sont donnés dans le tableau 6 :

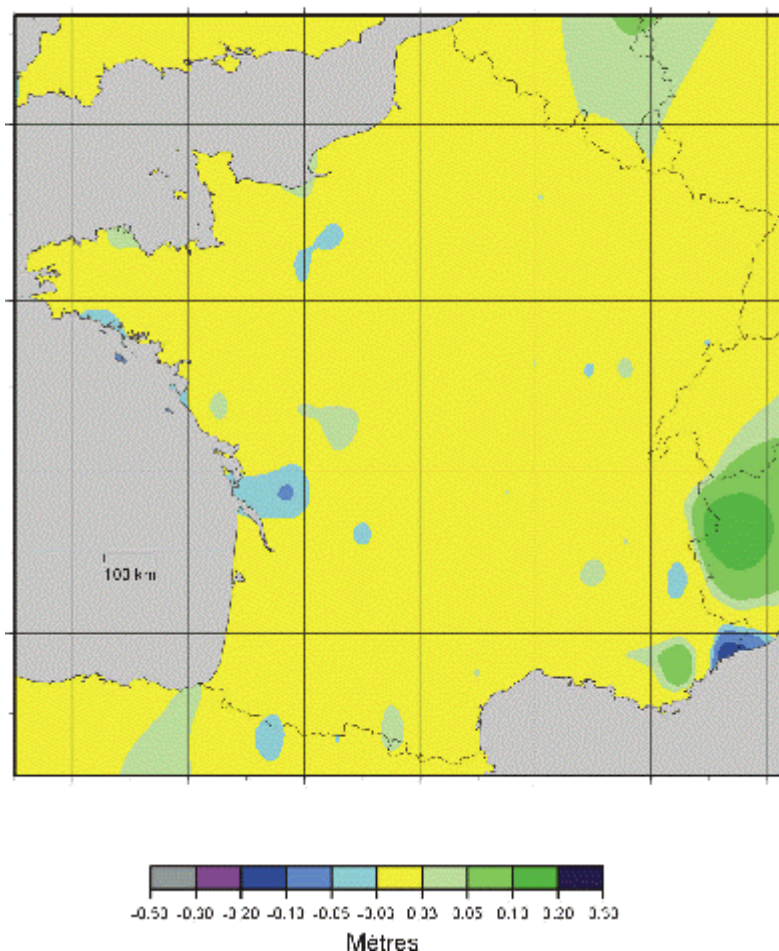


N° point	Longitude deg.dec	Latitude Deg.dec	zone	h – H (RBF)	écart RAF96	écart RAF98
SXR0M004	5.90874	43.69015	Var	49.961	-0.054	-0.010
S1P0M000	6.87354	43.98811	Alpes hte Provence	51.645	-0.062	-0.015
NTH0M000	1.62347	49.70570	Seine Maritime	44.555	-0.075	-0.017
N8K0M000	6.63219	49.28077	Moselle	47.099	0.012	0.123
SDE0M001	1.33841	45.95720	Charente maritime	46.833	0.008	0.133
SGK0M000	0.13132	44.99203	Gironde	45.809	0.018	0.169
NRW0M000	0.89558	47.14654	Indre et Loire	46.098	0.015	0.180
SZC0M001	6.67481	46.32264	Hte Savoie	50.663	0.012	0.199
SYI0M000	6.33772	45.22336	Var	52.739	0.025	0.290
SWF0M002	5.50560	45.84463	Ain	49.456	-0.025	-0.164
SYU0M001	6.16897	43.03408	Var	47.842	0.086	0.019
SYU0M000	6.16930	43.03433	Var	47.855	0.074	0.007

tableau 6 : différences maximales entre les valeurs RAF96/RAF98 sur les points nivelés du RBF

Comparaison EGG97F05-EGG97-1D

Différence EGG97F05-EGG97F1



De la même manière que pour les surfaces RAF96/98, les deux surfaces de conversion RGF93-IGN69 issues du géoïde européen EGG97 sont équivalentes au niveau de 3 cm sur la plus grande partie du pays. Les écarts trouvés ici ne proviennent que de la différence de processus d'adaptation du géoïde européen aux points nivelés du RBF. Comme dans le cas des surfaces RAF96/98, certains points ont été rejetés, mais on note aussi des zones où la différence de méthode d'adaptation produit un résultat régionalement différent, ces différences pouvant atteindre 10 cm sur une étendue de plusieurs dizaines de kilomètres comme en Charente Maritime. Le tableau ci-dessous présente les points nivelés du RBF où les écarts entre les deux modèles sont supérieurs à 5 cm.

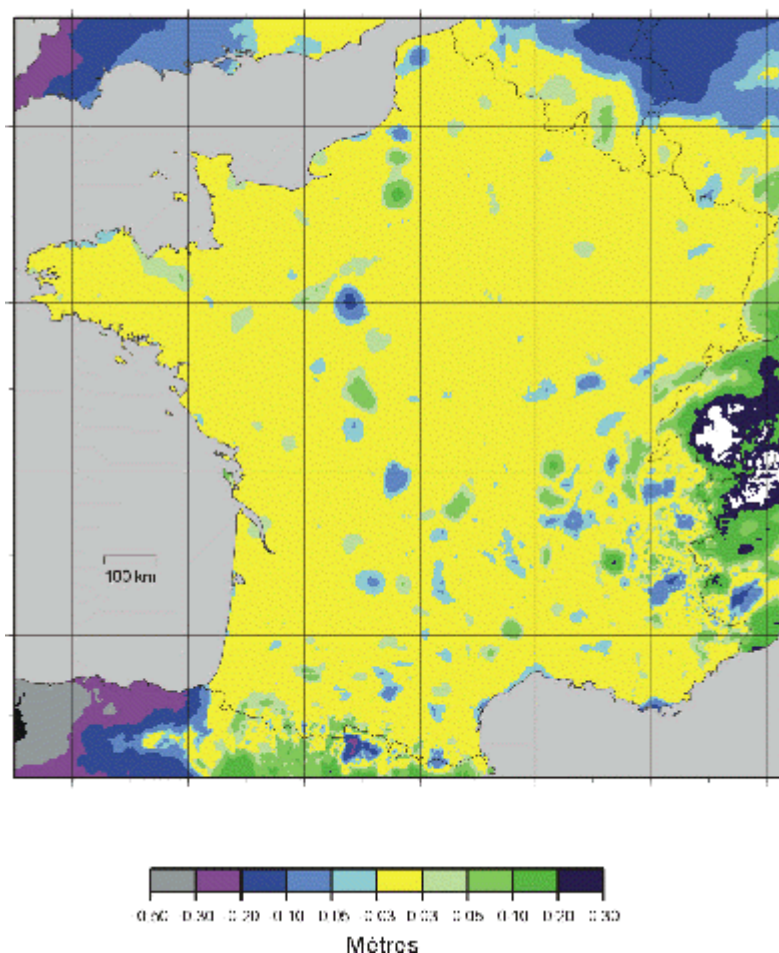
<b>n° point</b>	<b>Longitude deg.dec</b>	<b>Latitude Deg.dec</b>	<b>Zone</b>	<b>h - H</b>	<b>EGG97- 1D</b>	<b>EGG97 F05</b>
<b>NFT0M001</b>	-3.50860	47.64746	Ile de Groix	48.994	-0.008	-0.064
<b>SGF0M000</b>	-0.19844	45.77714	Charente maritime	46.761	0.055	0.003
<b>NGU0M001</b>	3.13004	47.51786	Côtes d'Armor	48.636	0.040	-0.008
<b>NGU0M000</b>	3.13007	47.51931	Côtes d'Armor	48.640	0.036	-0.012
<b>SFV5M001</b>	-0.52655	42.79596	Pyrénées atlantiques	53.020	0.053	0.006
<b>SFV5M002</b>	0.52614	42.79583	Pyrénées atlantiques	53.027	0.047	0.001
<b>SFF0M001</b>	0.57397	45.78711	Charentes maritimes	46.569	0.040	-0.005
<b>SFE0M001</b>	0.39107	45.95269	Charentes maritmes	46.922	0.032	-0.007
<b>NQM0M000</b>	0.43946	48.79261	Orne	45.728	0.065	0.027
<b>NQM0M001</b>	0.45278	48.79212	Orne	45.721	0.046	0.008
<b>SDG0M000</b>	-1.23259	45.69649	Charentes maritimes	46.520	0.031	-0.006
<b>SJJ0M001</b>	0.98662	45.15751	Dordogne	48.000	0.004	-0.031
<b>NFS0M001</b>	-3.46148	47.86186	Morbihan	49.031	0.037	0.002
<b>SKR0M001</b>	1.13303	43.56220	Ariège	48.970	-0.031	-0.005
<b>NHO0M000</b>	-2.81986	48.57218	Côtes d'Armor	49.606	-0.064	-0.036
<b>NHO0M001</b>	-2.81359	48.57179	Côtes d'Armor	49.582	-0.050	-0.022
<b>N1U0M001</b>	4.00041	47.36478	Eure-et-Loir	47.063	-0.054	-0.025
<b>SCA0M001</b>	-1.60940	46.73595	Vendée	47.380	-0.038	-0.009
<b>SCS0M000</b>	-1.68174	43.39516	Vendée	48.821	0.001	0.030
<b>NLX0M001</b>	-1.42691	46.97255	Vendée	47.355	-0.022	0.007
<b>N5V0M000</b>	5.70359	47.22530	Jura	48.261	-0.020	0.009
<b>N5V0M001</b>	5.71134	47.22639	Jura	48.275	-0.025	0.004
<b>N3F0M002</b>	4.82118	50.11234	Ardennes	45.697	-0.036	-0.006
<b>SVK0M002</b>	5.17318	44.86317	Valence	50.948	-0.090	-0.059
<b>SJB0M001</b>	0.92002	46.50034	Vienne	47.156	0.018	0.049
<b>SHA0M000</b>	0.08098	46.78928	Vienne	46.961	-0.042	-0.011
<b>SIA0M001</b>	0.43184	46.73817	Vienne	46.934	-0.048	-0.016
<b>NOK0M000</b>	0.17525	49.24202	Calvados	45.874	-0.040	-0.008
<b>SIC5M001</b>	0.70612	46.34269	Vienne	47.274	-0.008	0.024
<b>NGN0M001</b>	3.13336	48.66496	Cotes d'Armor	49.870	-0.037	-0.004
<b>NPJ0M000</b>	0.12666	49.39815	Calvados	45.240	-0.011	0.023
<b>SKV5M001</b>	1.43761	42.96139	Ariège	51.070	-0.037	-0.002
<b>SXR0M004</b>	5.90874	43.69015	Var	49.961	-0.054	-0.018
<b>NGM0M001</b>	3.22807	48.84148	Côtes d'Armor	49.919	0.000	0.038
<b>SZQ0M001</b>	6.64162	43.85611	Alpes maritimes	51.513	-0.063	-0.021
<b>SLW0M002</b>	1.54868	42.78429	Ariège	52.361	-0.048	-0.002
<b>SZR0M002</b>	6.56905	43.63962	Alpes maritimes	50.451	-0.120	-0.043
<b>S1I0M000</b>	6.94912	45.30230	Htes Alpes	54.662	-0.132	-0.017

*tableau 7 : différences maximales entre les valeurs EGG971D/EGG97F05 sur les points nivelés du  
RBF*



Comparaison RAF98-EGG97F05

Différence RAF98-EGG97F05



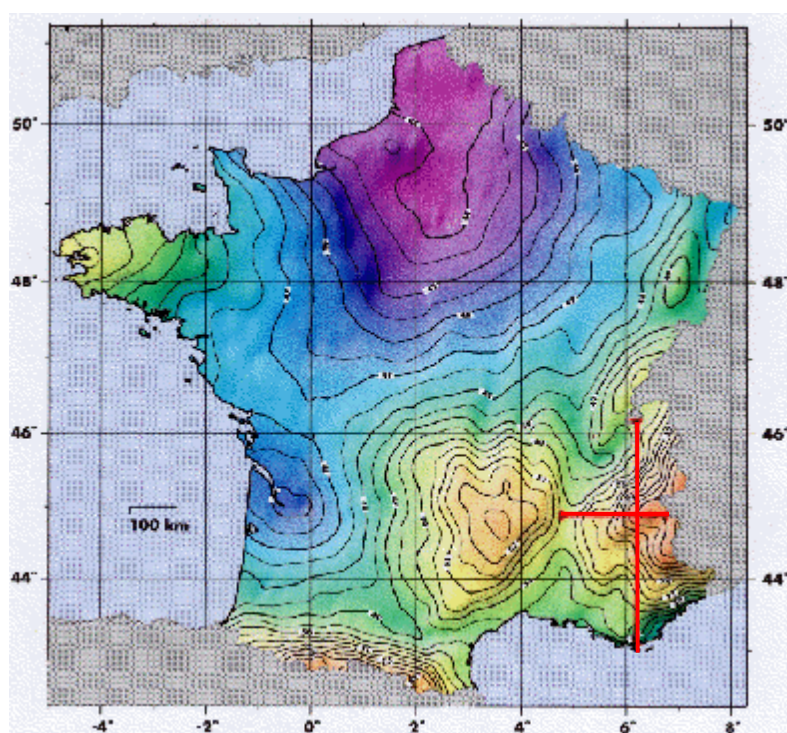
Dans les régions de plaine, il n'y a que des zones localisées autour de points du RBF où les écarts entre les deux modèles dépassent 5 cm. Ces zones sont par ordre d'importance décroissant : une zone à l'est du Mans, une zone située dans les environs des Andelys et dans le pas de Calais près de Desvres. Les différences sont plus diffuses dans les Alpes. On note cependant des écarts dépassant 10 cm sur le massif du Pelvoux et sur la Côte d'Azur près de la frontière italienne.

Le tableau 8 donne la liste des points nivelés du RBF où les écarts sont les plus importants :

<b>n° point</b>	<b>longitude deg.dec</b>	<b>Latitude Deg.dec</b>	<b>zone</b>	<b>h - H</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97 F05</b>
<b>SZC0M001</b>	6.67481	46.32264	Hte Savoie	50.663	0.199	0.017
<b>NTK0M001</b>	1.65223	49.24163	Eure	43.977	0.122	-0.003
<b>NTK0M002</b>	1.65868	49.23499	Eure	44.106	-0.011	-0.135
<b>NTK0M000</b>	1.65867	49.23496	Eure	44.112	-0.017	-0.141
<b>SSE5M001</b>	4.31115	46.08342	Loire	49.635	-0.018	-0.133
<b>SQO5M001</b>	3.58134	44.12161	Gard	51.744	-0.027	-0.126
<b>SDE0M001</b>	-1.33841	45.95720	Charentes maritimes	46.833	0.133	0.048
<b>NTH0M000</b>	1.62347	49.70570	Seine maritime	44.555	-0.017	-0.085
<b>STG0M001</b>	4.35314	45.66849	Loire	50.432	-0.024	-0.091
<b>SOG0M000</b>	2.72503	45.64117	Puy de dôme	51.154	-0.007	-0.073
<b>S1P0M000</b>	6.87354	43.98811	Alpes hte Provence	51.645	-0.015	-0.079
<b>SVK0M002</b>	5.17318	44.86317	Drôme	50.948	0.000	-0.059
<b>NFT0M001</b>	-3.50860	47.64746	Ile de Groix	48.994	-0.007	-0.064
<b>S1Q0M000</b>	6.92081	43.75467	Alpes hte Provence	50.616	-0.014	-0.069
<b>SVJ0M001</b>	5.19200	45.05950	Drôme	50.150	0.005	-0.050
<b>N8W0M000</b>	6.49115	47.05192	Doubs	50.016	-0.001	-0.055
<b>NPQ0M000</b>	0.02935	48.06216	Sarthe	46.501	-0.004	-0.057
<b>SEV0M000</b>	0.99309	42.97402	Landes	51.717	0.000	-0.050
<b>NRW0M000</b>	0.89558	47.14654	Indre et Loire	46.098	0.180	0.130
<b>N4W0M001</b>	5.10852	47.08749	Cote d'Or	47.473	0.019	0.070
<b>SSH0M002</b>	4.28309	45.43555	Loire	50.882	0.009	0.064
<b>SXN0M002</b>	6.03356	44.45712	Hautes Alpes	51.688	0.009	0.069
<b>SPV0M001</b>	3.06590	43.01371	Aude	49.501	0.002	0.072
<b>NU10M001</b>	2.01860	50.80917	Pas de Calais	43.612	0.015	0.091
<b>NU10M002</b>	2.01884	50.80959	Pas de Calais	43.705	-0.079	-0.002
<b>NQR5M000</b>	0.65984	47.93820	Sarthe	45.895	-0.005	0.074
<b>NRR0M001</b>	0.92629	47.89834	Loire et Cher	45.530	0.006	0.087
<b>NRR0M000</b>	0.92538	47.90278	Loire et Cher	45.525	0.010	0.092
<b>SLE0M001</b>	1.56984	45.92791	Haute Vienne	48.629	0.009	0.097
<b>NRQ0M001</b>	0.80485	48.10108	Sarthe	45.581	0.017	0.126
<b>SYU0M000</b>	6.16930	43.03433	Var	47.855	0.007	0.181
<b>SYU0M001</b>	6.16897	43.03408	Var	47.842	0.019	0.193

*tableau 8 : différences maximales entre les valeurs RAF98/EGG97F05 sur les points nivelés du RBF*

Comparaison des modèles GGF97, RAF96 et EGG97\* sur les Alpes : étude de 2 profils



localisation des deux profils sur les Alpes

Ces deux profils, en traversant des zones où les écarts entre les modèles sont importants, permettent de mettre en évidence les différences de comportements en fonction de la topographie.

Le premier profil ouest-est commence au bord du Massif Central sur les plateaux du Vivarais, traverse la vallée du Rhône et entre dans les Alpes en traversant successivement des massifs de moyenne montagne comme le Vercors, puis des massifs plus hauts tels que l'Oisans et une partie du Queyras.

La courbe la plus lisse correspond au modèle GGF97 issu de l'interpolation de 1100 points nivelés du RBF. Les courbes représentant les profils des surfaces EGG97F05 et RAF98 sont très proches et présentent une variabilité plus grande que GGF97. En particulier, des “bosses” de longueur d'onde d'environ 30 km sur les massifs montagneux sont visibles sur les profils de l'EGG97F05 et RAF98 mais inexistantes pour GGF97. Cette remarque est à mettre en relation avec l'échantillonnage d'un point tous les 25 km du RBF qui ne permet pas de représenter les variations de quelques dizaines de kilomètres.



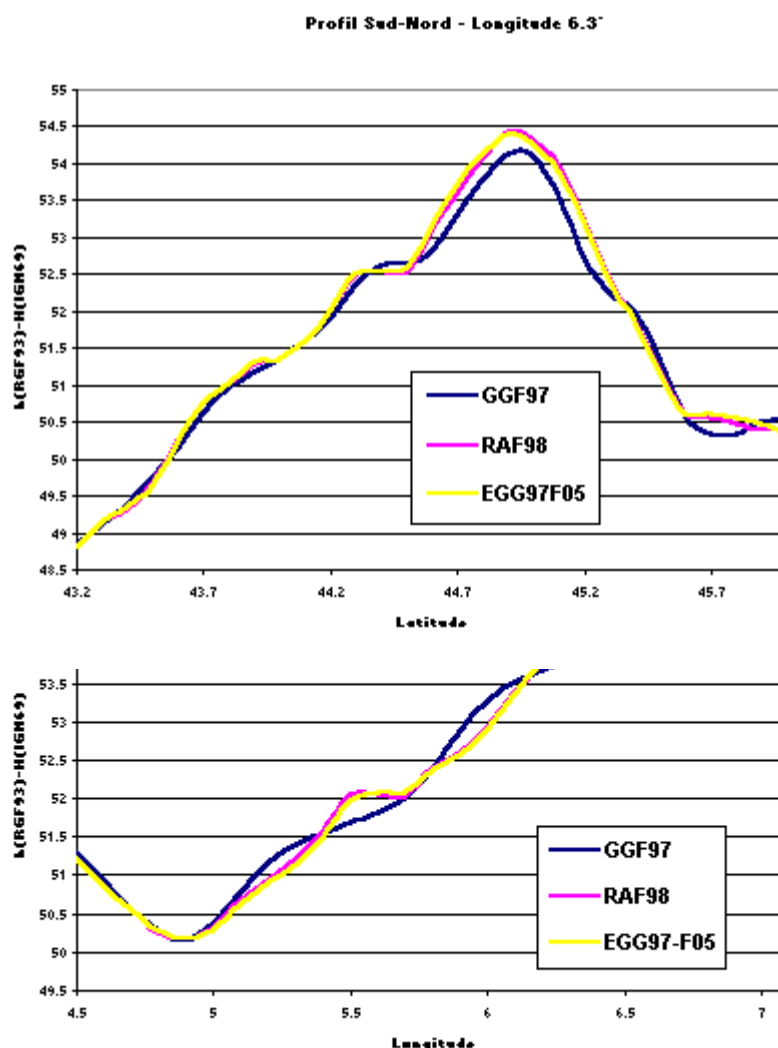
Les amplitudes des écarts entre le profil GGF97 et les deux autres courbes est de 10 cm sur le bord Est du Massif Central, de 5 cm dans la vallée du Rhône, 40 cm dans le Vercors et atteint 45 cm sur les sommets de l'Oisans.

Les différences de pente entre le GGF97 et les deux autres modèles sont particulièrement visibles dans la vallée de la haute-Durance où les écarts de pente atteignent 5 cm/km.

Le profil sud-nord commence sur la Côte d'Azur près de Hyères, traverse le massif des Maures puis les Hautes-Alpes, le massif de l'Oisans et atteint le lac Léman. Sur l'Oisans, EGG97F05 et RAF98 proposent un maximum plus important que la valeur proposée par GGF97. On note aussi des différences significatives entre EGG97F05 et RAF98 sur les pentes sud de l'Oisans et près du lac Léman, différences que l'on retrouve sur les cartes de différences.

En conclusion de la comparaison des différentes surfaces de conversion, on peut retenir

- une cohérence subdécimétrique (5 cm) entre les modèles en plaine avec cependant quelques zones présentant des écarts plus importants liés le plus souvent à la prise en compte ou au rejet de points du RBF nivelés dans la réalisation des modèles.
- des différences de plusieurs dizaines de centimètres sur les massifs montagneux entre les modèles incluant des données gravimétriques et le GGF97. Les différences des pentes entre le GGF97 et les surfaces issues de modèles de géoïde gravimétrique peuvent atteindre 5 cm/km. Ces deux derniers modèles montrent l'existence de variations d'amplitude 20-30 cm sur quelques dizaines de kilomètres. Les pentes maximales prédites par les modèles sont de 15 cm/km dans les Alpes et les Pyrénées.
- les modèles EGG97F05 et RAF98 sont très proches.



## **II.2. Méthode d'évaluation de la qualité des surfaces de conversion altimétrique**

### **II.2.a. Point de vue et méthode**

Dans l'étude présentée dans la suite de ce document, la validation est réalisée du point de vue utilisateur. On ne connaît a priori rien de la qualité des modèles. En particulier, il n'est pas tenu compte des critères de qualité fournis par les producteurs des modèles.

L'estimation de la qualité des modèles soumis à cette étude s'appuie sur les données fournies par les membres du sous-groupe. Les données doivent :

- être indépendantes des modèles, c'est à dire non-utilisées lors de la réalisation des modèles proposés
- avoir un niveau de fiabilité et de précision suffisant pour permettre l'évaluation des modèles. Cette condition est assurée par les processus de mesures et de calcul employés.
- permettre l'estimation de la qualité de la conversion entre les systèmes de références RGF93 et IGN69. En conséquence, les données doivent présenter des coordonnées dans les systèmes de références RGF93 pour les mesures GPS et dans le système légal d'altitude IGN69 ou IGN78 pour la Corse. Les données GPS ou nivellement non exprimées dans ces références n'ont pas été utilisées pour cette étude.

L'utilisation en mode relatif (c'est à dire l'utilisation des modèles pour transformer des différences de hauteurs ellipsoïdales en dénivelées d'altitude), après correction d'un biais ou d'un basculement local n'est pas étudiée.

La méthode d'évaluation doit être globale. Pour cela, il est souhaitable que l'ensemble des régions françaises soit échantillonné, ainsi que les régions comportant différentes variabilités de la surface de conversion altimétrique.

### **II.2.b. Critères statistiques retenus**

Les estimateurs de la qualité des modèles indiqués pour chaque chantier sont les suivants :

pour chaque point de chaque chantier test, on écrit

$$e_i = N_{\text{modèle}} - N_{\text{contrôle}} \quad (43)$$

où  $N_{\text{modèle}}$  désigne la valeur de la conversion RGF93-IGN69 proposée par le modèle, et  $N_{\text{contrôle}}$  la valeur *hauteur ellipsoïdale RGF93 – altitude IGN69* obtenue par des mesures.

#### Le biais

Le biais est la moyenne des écarts du modèle aux données

$$\text{biais} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \quad (44)$$

où  $n$  est le nombre de points. Cet indicateur permet de détecter un décalage systématique entre le modèle et les données dans la région du chantier.

#### Ecart moyen quadratique ou racine de l'erreur moyenne quadratique

L'erreur moyenne quadratique est définie par :

$$Emq = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (45)$$

$$Ecart \text{ moyen quadratique} = \sqrt{Emq} \quad (46)$$

Cet indicateur fournit une indication de la précision du modèle.

#### L'écart-type

L'écart-type est la racine carrée de la variance et est défini par :

$$Ecart - type = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (e_i - biais)^2 = Emq - biais^2 \quad (47)$$

Cet indicateur estime la précision du modèle une fois celui-ci corrigé d'un biais

#### L'écart maximum

Il est défini par

$$Ecart \text{ Maximum} = \max |e_i| \quad (48)$$

#### Pourcentage des écarts modèles – données de contrôle inférieurs à 10 cm

Ce critère permet de juger de la qualité des modèles pour les applications subdécimétriques comme la stéréo préparation, le levé de certaines données en vue des intégrations dans les systèmes d'information géographique.

#### Pourcentage des écarts modèles – données de contrôle inférieurs à 5 cm

Ce critère permet de juger de la qualité pour des applications plus fines. 5 cm correspond à un niveau de précision sur la composante verticale GPS obtenue avec certaines précautions opératoires. C'est par exemple un ordre de grandeur de la précision obtenue avec les traitements standard proposés par les logiciels constructeurs pour des bases à forte dénivelée ou de non prise en compte de la position du centre de phase des antennes relativement au point de mesure de la hauteur d'antenne.

#### Pourcentage des écarts modèles – données de contrôle inférieurs à 3 cm

Ce critère permet de juger de la qualité des modèles pour des applications de topographie de précision. Il indique aussi si les modes opératoires utilisés pour produire les données de contrôle et l'utilisation des modèles permettent de déterminer une altitude IGN69 avec une précision de 3 cm. Les données envoyées, le plus souvent observées par méthode statique rapide ne permettent pas de juger de la

qualité des modèles à une précision meilleure. La garantie de hauteurs ellipsoïdales de précision meilleure que 3 cm requiert des précautions opératoires et des calculs importants. Ces précisions débordent le cadre de notre étude.

### **II.2.c. Test de détection et rejet des données erronées**

Les données de contrôle ne sont pas parfaites. Elles ont une précision que l'on a essayé d'estimer. La plupart d'entre elles ont été obtenues par méthode statique-rapide, le rattachement au RGF93 n'étant assuré que par un seul vecteur GPS et sans contrôle de stabilité des repères de nivellement utilisés.

Des fautes dans les données de contrôle peuvent donc être présentes. Ces fautes peuvent provenir soit des mesures GPS (mauvais rattachement au RGF, erreur de mesure de hauteur d'antenne...), soit des données de nivellement (repère de nivellement déplacé, dénivelée mal reportée...). Dans les statistiques présentées dans le chapitre III, il a paru important que les indicateurs de qualité portent sur le même jeu de données. En conséquence, pour qu'un point soit rejeté des statistiques, il faut qu'il présente un problème sur l'ensemble des modèles testés. On entend par problème des écarts supérieurs à 3 fois l'écart moyen quadratique obtenu par le modèle. En cas de problème remarqué, les écarts obtenus par les modèles sur le point sont alors comparés aux résultats des points voisins les plus proches pour tous les modèles. Si les points voisins présentent des écarts non significatifs avec les modèles, le point est rejeté. Dans la pratique, peu de points des données de contrôle ont été rejetés. Le commentaire associé à chaque chantier indique les problèmes rencontrés.

## **III. EVALUATION DES MODELES**

### **III.1. Résultats des test réalisés par chantier**

Les données présentées dans la suite de ce document ont été fournies par les membres du sous-groupe afin d'évaluer la qualité des modèles de conversion RGF93-IGN69 fournis. Elles sont accessibles, ainsi que d'autres informations via internet aux membres du sous-groupe à partir du serveur web du LAREG à l'adresse suivante : <http://lareg.ensg.ign.fr/CNIG.PSD/alti.html>

Ces données sont indépendantes des modèles, à l'exception de celles de Fréjus et Toulon utilisées par le modèle RAF98 pour remplacer des points RBF erronés.

#### **III.1.a. Zone de Bordeaux**

##### Présentation des données

Ce chantier d'une étendue de 70 x 40 km a été réalisé par l'IGN – Service de Géodésie et Nivellement (SGN) - dans le cadre d'une mission pilote en vue d'une densification du RBF. Les points GPS ont été déterminés par méthode statique rapide avec une réoccupation systématique à partir d'un ou deux points du RBF suivant la distance. 39 points ont été nivelés par nivellement direct (méthode « aller-retour » sur un crapaud avec lecture du fil niveleur sur une échelle de mire). Il n'y a pas eu d'observation de stabilité des repères de nivellement (RN).

Les calculs ont été réalisés avec le logiciel Ashtech GPPS version 5.2.

référence : mission prototype RDF - compte rendu de fin de travaux de terrain - rapport de calcul - P. Nicolon, arch sgn 27 889, juillet 1997

## Résultats

<b>Zone de Bordeaux (IGN/SGN)</b>					
39 points / 2 rejetés					
	GGF97	RAF96	RAF98	EKG97-1D	EKG97F05
BIAIS	0.1 cm	-0.7 cm	2.1 cm	1.3 cm	2.2 cm
RACINE(EMQ)	4.2 cm	4.2 cm	2.7 cm	2.1 cm	2.7 cm
ECART-TYPE	4.2 cm	4.2 cm	1.7 cm	1.6 cm	1.6 cm
% ECART < 10 CM	95%	95%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	79%	85%	97%	95%	95%
% ECART < 3 CM	64%	72%	72%	92%	72%
ECART MAX	13.1 cm	11.5 cm	6.8 cm	6.0 cm	6.4 cm

## Commentaires

Deux points présentant des écarts de 30 et 70 cm sur tous les modèles ont été considérés comme faux et retirés des statistiques. Les résultats montrent un accord de l'ordre de 2 cm en écart moyen quadratique pour RAF98 et les modèles dérivés du géoïde européen. Une étude complémentaire des données a montré qu'un point nivelé du RBF (SGK0M000 site n° 3301402) présentait une altitude IGN69 erronée (environ 15 cm estimés d'après les modèles ayant rejeté ce point) et avait été pris en compte dans les modèles GGF97 et RAF96, ce qui explique les statistiques moins bonnes obtenues par ces modèles.

Les meilleures statistiques sont obtenues par EKG97-1D où 9 point sur 10 cm présentent un accord meilleur que 3 cm avec les données, contre 7/10 dans le cas de RAF98 et EKG97F05.

## III.1.b. Pays de Caux

### Présentation des données

Ce chantier a été réalisé par l'IGN/SGN. Pour le SGN, ce chantier avait pour objet de tester l'emploi du GPS pour l'amélioration des processus de production des réseaux de nivellement. Un profil d'une trentaine de repères le long d'une maille de nivellement de 1<sup>er</sup> ordre de l'IGN69 a été observé sur environ 40 km, parallèlement à la côte de Seine Maritime. L'ensemble de la maille de nivellement ayant été ré-observé, les altitudes sont donc parfaitement fiables. Lorsque que le RN n'était pas stationnable, un point GPS à quelques mètres du RN a été nivelé. Les observations ont été réalisées avec des récepteurs bi-fréquences Ashtech Z-XII selon la méthode du « saute-mouton » de RN en RN. Les antennes étaient de type Choke-Ring Ashtech. Les observations ont été traitées en mode statique rapide par GPPS 5.2. Un RN au milieu du profil a été rattaché par une session de 40 minutes au point du RBF de Lindeboeuf (n°7638702) assurant la mise en référence RGF93. Les antennes étant différentes, des décalages d'antennes ont été introduits issus de calibration d'antenne réalisées au SGN.

référence : Test d'utilisation du GPS en nivellement de précision, Alain, Coulomb, archive SGN n°27926 CR/G n°84, Institut Géographique National, Saint Mandé.

## Résultats

<b>Pays de Caux (IGN/SGN)</b>					
26 points – 3 points éliminés					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	2.1 cm	-0.8 cm	-1.0 cm	1.2 cm	2.5 cm
RACINE(EMQ)	3.5 cm	3.3 cm	3.4 cm	3.3 cm	4.1 cm
ECART-TYPE	2.8 cm	3.2 cm	3.2 cm	3.1 cm	3.2 cm
% ECART < 10 CM	100%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	70%	96%	91%	83%	65%
% ECART < 3 CM	61%	52%	70 %	65%	61%
ECART MAX	6.6 cm	-5.3 cm	-5.4 cm	3.1 cm	7.3 cm

## Commentaires

Il faut noter que dans ce profil, plus on s'éloigne du point rattaché, plus les erreurs se cumulent et moins la détermination de la hauteur ellipsoïdale est précise dans le système de référence RGF93. Cela se retrouve dans l'analyse de la qualité des modèles où le point directement rattaché au RBF présente un accord meilleur que 2 cm avec les modèles RAF et EGG, alors que les points en bout de profil présentent en général des écarts plus importants (sauf pour EGG97-1D). Un mauvais calcul d'une ligne de base GPS a été identifié et les 3 points de ce profil secondaire ont été retirés des statistiques. La précision des modèles sur cette zone où la surface de conversion varie très peu (1 cm sur 40 km) est de l'ordre de 3.5 cm, parfaitement compatible avec la précision des mesures GPS réalisées. On note cependant des écarts maximum un peu plus forts pour EGG97F05 et GGF97.

## III.1.c. Zone de Dijon

### Présentation des données

Ces données très denses (près de 100 points sur une zone de 15 km x 15 km) ont été observées par le District de l'Agglomération Dijonnaise (DAD) et expertisé par le SGN. Les points GPS ont été observés en méthode statique rapide. L'information sur les données de nivellement n'a pas été communiquée. Néanmoins, la précision estimée de ces données est de 1-2 cm (à 1  $\sigma$ ) sur les valeurs de h - H.

## Résultats

<b>Dijon (DAD)</b>					
95 points					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	0.0 cm	0.5 cm	0.3 cm	-0.1 cm	-3.1 cm
RACINE(EMQ)	2.4 cm	1.6 cm	1.5 cm	1.8 cm	3.4 cm
ECART-TYPE	2.4 cm	1.5 cm	1.5 cm	1.4 cm	1.4 cm
% ECART < 10 CM	100%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	97%	99%	98%	99%	96%
% ECART < 3 CM	78%	97%	97%	91%	44%
ECART MAX	6.1 cm	7.8 cm	7.8 cm	6.5 cm	-5.9 cm

## Commentaires

La précision obtenue par les modèles est excellente. Elle est d'un centimètre et demi pour les modèles RAF et EGG97-1D, 2.5 pour GGF97. EGG97F05 présente un biais de 3.1 cm.

### **III.1.d. Banlieue sud-est de Paris**

#### Présentation des données

Ces données ont été fournies par M. Hallé de la division de Topographie - Département Etude de Lignes - Direction de l'ingénierie de la SNCF. 3 points ont été déterminés à partir de 2 points du site RRF de Paris I assurant la mise en référence RGF93. Les observations ont été réalisées par récepteurs LEICA et calculées avec le logiciel de LEICA Ski. Le rattachement aux RN a été réalisé par nivellement direct.

#### Résultats

<b>Est de Paris (SNCF)</b>					
3 points - 1 point rejeté					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	2.7	-0.1 cm	1.8 cm	-0.2	0.8 cm
RACINE(EMQ)	8.1	0.6 cm	1.8 cm	0.6	1.0 cm
ECART-TYPE	5.9	0.6	0.4 cm	0.5	0.7 cm
% ECART < 10 CM	100%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	50%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 3 CM	50%	100%	100%	100%	100%
ECART MAX	10.4 cm	-0.7 cm	2.1 cm	-0.7 cm	1.4 cm

#### Commentaires

Le point rejeté présentait un écart de 7-9.5 cm avec tous les modèles tandis que les autres présentaient un accord centimétrique. Les deux points restant présentent un accord excellent pour tous les modèles sauf le GGF97 qui présente un écart anormal pour une zone où la surface de conversion RGF93-IGN69 est lisse. Cela peut être dû soit à une donnée erronée introduite dans le modèle sur cette zone soit à un artefact du calcul.

### **III.1.e. Nord (Béthune-Valenciennes)**

#### Présentation des données

Ce chantier se situe dans le bassin houiller allant de l'ouest de Béthune à l'est de Valenciennes et passant par Lens et Douai. Il a été réalisé à la demande de Charbonnage de France par l'IGN/SGN. 158 points ont été déterminés par méthode statique rapide avec réoccupation systématique des points. 29 points ont de plus fait l'objet d'une détermination IGN69 par nivellement direct.

#### Résultats

<b>Nord (IGN/SGN)</b>					
29 points					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	1.7 cm	1.0 cm	1.0 cm	-0.2 cm	-0.3 cm
RACINE(EMQ)	4.7 cm	2.3 cm	2.3 cm	2.3 cm	2.3 cm
ECART-TYPE	4.3 cm	2.1 cm	2.0 cm	2.3 cm	2.3 cm
% ECART < 10 CM	97%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	72%	100%	100%	100%	97%
% ECART < 3 CM	48%	76%	79%	79%	76%
ECART MAX	10.2 cm	4.8 cm	4.8 cm	4.9 cm	5.2 cm

### Commentaires

Ce chantier montre un bon accord des modèles avec les données de contrôle. L'écart moyen quadratique est de 2.3 cm pour tous les modèles sauf GGF97. Les écarts maximum atteignent juste 5 cm sur les surfaces RAF96/98 et les surfaces dérivées du géoïde européen.

réf : Bassin houiller du Nord-Pas de Calais - Détermination altimétrique de piézomètres mai juin 1998, IGN/SGN

### **III.1.f. Pays Basque**

#### Présentation des données

Les spécifications sont les mêmes que pour le chantier IGN/SGN de la région de Bordeaux. Ce chantier comprend 29 points et s'étend sur une zone de 70 x 35 km dans une région de moyenne montagne et littorale.

référence : mission prototype RDF - compte rendu de fin de travaux de terrain - rapport de calcul - P. Nicolon, arch sgn 27 889, juillet 1997

#### Résultats

<b>Pays Basque (IGN/SGN)</b>					
26 points – 2 points rejetés					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	-0.1 cm	0.2 cm	0.0 cm	-1.2 cm	0.9 cm
RACINE(EMQ)	8.8 cm	2.4 cm	2.2 cm	2.1 cm	2.1 cm
ECART-TYPE	8.8 cm	2.3 cm	2.2 cm	2.1 cm	1.9 cm
% ECART < 10 cm	71%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 5 cm	46%	92%	92%	100%	92%
% ECART < 3 cm	29%	79%	87%	88%	83%
ECART MAX	24 cm	6.0 cm	-5.3 cm	4.7 cm	-6.4 cm

### Commentaires

Cette zone correspond à des variations du géoïde et des surfaces de conversion plus importantes que pour les chantiers précédents, liées à la présence des Pyrénées et aussi à l'interface continent-océan, qui reste délicate pour les géoïdes gravimétriques. Néanmoins, on note des indicateurs de précision des modèles du même ordre de grandeur que pour les chantiers précédents. Les surfaces RAF96/98 et les EGG971D/F05 présentent un écart moyen quadratique de l'ordre de 2 cm.

### **III.1.g. Carmeaux**

#### Présentation des données

Ces données ont été fournies par le service de photogrammétrie de l'IGN (SPCN) et ont été réalisées dans le cadre d'une stéréo-préparation. Un cheminement GPS appuyé sur 2 points du RBF a été réalisé. Les méthodes opératoires et de traitement laissent présager d'une précision inférieure aux autres données de cette étude. Néanmoins, l'étude de fermetures sur les points du RBF (environ 2 cm) ont permis de garder ces données et d'estimer la précision de l'ordre de 3-4 cm (à 1  $\sigma$ ) sur la composante verticale GPS.

réf : Déviation de Carmeaux RN 88 - Compte rendu de Stéréopréparation et Aérotriangulation - F. Boldo, JL. Lacombe, SPCN, IGN



## Résultats

<b>Carreaux IGN/SPCN (service de photogrammétrie)</b>					
8 points					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	3.0 cm	3.4 cm	3.6 cm	5.8 cm	6.1 cm
RACINE(EMQ)	3.4 cm	3.8 cm	4.1 cm	6.1 cm	6.4 cm
ECART-TYPE	1.7 cm	1.7 cm	1.8 cm	2.2 cm	2.2 cm
% ECART < 10 CM	100%	100%	100%	88%	87%
% ECART < 5 CM	88%	88%	88%	37%	25%
% ECART < 3 CM	63%	50%	38%	12%	25%
ECART MAX	6.6 cm	7.7 cm	8.2 cm	10.7 cm	11 cm

## Commentaires

GGF97 obtient ici les meilleurs indicateurs. Les modèles issus de l'EGG97 présentent un biais de l'ordre de 6 cm et des écarts maximum dépassant 10 cm. GGF97 et les surfaces RAF96/98 montrent un bon accord à la précision des données.

### III.1.h. Provence – Zone de Forcalquier

#### Présentation des données

Ces données ont été fournies par la Cellule de Pédagogie et de Recherche en Astro-Géodésie (CPRAG) de l'Ecole Nationale des Sciences Géographiques (ENSG). Elles sont issues des travaux de terrain des élèves de l'ENSG de 1996. Chaque site a été stationné par GPS au moins deux fois, et la détermination a eu lieu à partir de deux points du RBF. Les lignes de bases étaient de longueur inférieure à 10 km. Le traitement des données a été réalisé par le logiciel Ski-Leica. Une compensation des vecteurs GPS obtenus a été réalisée. L'altitude des points est issue d'un nivellement de précision direct ou indirect, le point stationné étant généralement près d'un repère de nivellement. Les repères de nivellement n'ont en général pas fait l'objet de stabilité.

## Résultats

<b>Provence – Forcalquier / (IGN/ENSG/CPRAG)</b>					
38 points/ 1 point rejeté					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	1.7 cm	1.6 cm	2.5cm	0.4 cm	1.5 cm
RACINE(EMQ)	9.3 cm	2.5 cm	3.2 cm	2.3 cm	2.7 cm
ECART-TYPE	9.2 cm	1.9 cm	2.0 cm	2.3 cm	2.2 cm
% ECART < 10 CM	68%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	32%	96%	89%	96%	96%
% ECART < 3 CM	16%	76%	54%	84%	78%
ECART MAX	26.5 cm	5.4 cm	6.4 cm	6.4 cm	6.3 cm

## Commentaires

Le point rejeté présentait un écart de 10 cm avec les modèles à proximité de 2 autres points où les écarts étaient inférieurs à 2 cm avec les modèles (sauf GGF97). On observe de bons résultats pour les modèles RAF et EGG tout à fait compatibles avec la précision des mesure. RAF98 semble présenter un léger biais (2.5 cm) par rapport aux modèles. GGF97 bien que ne présentant qu'un biais très faible sur cette région (1.7 cm), ne prédit pas les variations à courte longueur d'onde de la surface de conversion dans cette région.

### **III.1.i. Cévennes**

#### Présentation des données

Ces données, fournies par le Laboratoire de Gravimétrie de l'Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP), ont été obtenues en stationnant directement 3 repères de nivellement à proximité d'un point RBF. Le matériel utilisé était des récepteurs mono-fréquences Magellan. Le calcul a été réalisé en statique rapide avec le logiciel Mstar (centimeter mode).

#### Résultats

<b>Cévennes (IPGP/Laboratoire de gravimétrie)</b>					
3 points – 1 rejeté					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	-3.4 cm	-0.2 cm	-0.1cm	1.2 cm	0.8 cm
RACINE(EMQ)	4.7 cm	1.6 cm	1.7 cm	1.3 cm	1.2 cm
ECART-TYPE	3.2 cm	1.6 cm	1.7 cm	0.5 cm	1.0 cm
% ECART < 10 CM	100%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	50%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 3 CM	50%	100%	100%	100%	100%
ECART MAX	6.6 cm	1.7 cm	1.8 cm	1.7 cm	1.7 cm

#### Commentaires

Un point présentant un écart de 10 cm à quelques centaines de mètres d'un point présentant un bon accord avec les modèles a été rejeté. Sur ces deux points, les modèles présentent un accord meilleur que 2 cm sauf pour GGF97 pour lequel un point a un écart de 6.6 cm.

### **III.1.j. Zone de Briançon**

#### Présentation des données

Ces données ont été fournies par J.M. Scheubel (EDF). Ce chantier d'une étendue approximative de 9 x 13 km se situe dans la vallée de la haute Durance à environ 1000 m d'altitude. Les points GPS ont été observés par des récepteurs bi-fréquences et le calcul a été effectué en statique ou statique rapide. La mise en référence RGF93 est assurée par le point RBF de Mont Dauphin (n°0508201).

#### Résultats

<b>Briançon (EDF)</b>					
18 points					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	-2.7 cm	-1.5 cm	-1.6 cm	4.9 cm	1.6 cm
RACINE(EMQ)	6.8 cm	3.6 cm	3.6 cm	5.8 cm	3.5 cm
ECART-TYPE	6.3 cm	3.3 cm	3.2 cm	3.1 cm	3.1 cm
% ECART < 10 CM	83%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	66%	82%	83%	50%	83%
% ECART < 3 CM	27%	55%	56%	27%	50%
ECART MAX	-14.9 cm	6.8 cm	-6.9 cm	6.9 cm	-6.0 cm

#### Commentaires

Cette zone de montagne présente des variations importantes de la surface de conversion altimétrique (20 cm). On observe un bon comportement des surfaces issues de géoïdes gravimétriques où l'écart

moyen quadratique est de 3 centimètres et demi environ. Les résultats pour le modèle GGF97 sont moins bons et le modèle EGG97-1D présente un biais significatif sur cette zone.

### **III.1.k. Zone sud de Pau**

#### Présentation des données

Comme les précédentes, ces données ont été fournies par J.M. Scheubel (EDF) avec les mêmes spécifications. La mise en référence est assurée par le point RBF de Ogeu-Les-Bains (n°6442102).

#### Résultats

<b>Pau (EDF)</b>					
3 points					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	4.5 cm	0.5cm	0.3 cm	-2.1 cm	-4.1 cm
RACINE(EMQ)	5.3 cm	1.6 cm	1.4 cm	2.6 cm	4.3 cm
ECART-TYPE	2.9 cm	1.5cm	1.4 cm	1.5 cm	1.4 cm
% ECART < 10 CM	100%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	67%	100%	100%	100%	67%
% ECART < 3 CM	67%	100%	100%	67%	33%
ECART MAX	8.4 cm	2.0 cm	-1.7 cm	4.2 cm	-6.1 cm

#### Commentaires

Ce chantier situé au pieds des Pyrénées présente de fortes variations de la surface de conversion (31 cm en 5 km). On observe d'excellents résultats pour les modèles RAF96/98, et des résultats un peu moins bons pour les autres modèles. EGG97F05 semble avoir un biais sur cette zone.

### **III.1.l. Grasse - Nice**

#### Présentation des données

Ces données ainsi que celles sur les zones de Toulon et Fréjus ont été déterminées dans le cadre de cette étude par l'IGN. Les observations ont été réalisées par méthode statique rapide ou statique suivant la distance aux point du RBF. La mise en référence a été assurée par au moins deux points du RBF. Pour les points observés en statique rapide, une canne de centrage à hauteur fixe contrôlée évitait les erreurs de mesure de hauteur d'antenne. La station permanente IGS de Grasse a été utilisée en contrôle. Les récepteurs utilisés ont été des Ashtech Z-XII bifrèquence avec antennes de type Geodetic L1/L2, la station permanente de Grasse étant équipée d'un récepteur Rogue SNR-12 RM antenne Dorne Margolin type T. Les mesures de nivellement ont été réalisées par la méthode de l'aller-retour par niveau électronique sans contrôle de stabilité.

référence : compte-rendu des opérations de terrain et de calcul de la mission Côte d'Azur de contrôle des modèles de conversion RGF93-IGN69, B. Garayt, J.M. Nocquet, IGN/SGN, en cours d'archivage.

## Résultats

<b>Grasse - Nice (IGN)</b>					
26 points					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	7.2 cm	1.1 cm	2.5 cm	7.8 cm	1.8 cm
RACINE(EMQ)	14.7 cm	2.9 cm	3.9 cm	11.7 cm	3.8 cm
ECART-TYPE	12.8 cm	2.7 cm	3.0 cm	8.8 cm	3.4 cm
% ECART < 10 CM	54%	100%	100%	72%	100%
% ECART < 5 CM	27%	91%	54%	36%	82%
% ECART < 3 CM	9%	54%	54%	27%	72%
ECART MAX	25.3 cm	6.0 cm	7.3 cm	20.1 cm	7.2 cm

## Commentaires

La Côte d'Azur a fait l'objet d'une campagne de mesure spécialement dédiée à cette étude pour plusieurs raisons. C'est une région où les modèles présentent des différences très importantes entre eux. Ces différences atteignaient plusieurs dizaines de centimètres entre les modèles utilisant des données gravimétriques et GGF97. Les surfaces RAF et les modèles dérivés du géoïde européen présentaient localement des différences dépassant aussi 10 cm.

Cette zone correspond aussi à des écarts maximaux des modèles de géoïde gravimétrique avec les points nivelés du RBF. Enfin, c'est une zone où la variabilité de la surface de conversion est grande. Sur cette zone, on note les bons résultats obtenus par les modèles RAF et EGG97F05 où la précision reste meilleure que 5 cm. EGG97-1D présente un biais important essentiellement à l'est de la zone (Nice et son arrière pays immédiat).

### III.1.m. Zone de Toulon

#### Présentation des données

Ces données, comme celles de Grasse/Nice sont issues d'une mission de contrôle des surfaces de conversion RGF93-IGN69 sur la Côte d'Azur et donc déterminées avec les mêmes spécifications.

De plus, un point a été déterminé par méthode statique longue (session de 12 heures) à partir de 2 points du RBF et de la station permanente de Grasse. Son altitude IGN69 a été déterminée par nivellement direct avec contrôle de stabilité du RN utilisé. Les autres points de ce chantier ont été déterminés par méthode statique rapide à partir de 2 points du RBF.

## Résultats

<b>Toulon (IGN)</b>					
10 points					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	32.9 cm	-5.4 cm	- 3.1 cm	3.9 cm	4.3 cm
RACINE(EMQ)	36.6 cm	6.1 cm	4.2 cm	5.1 cm	5.2 cm
ECART-TYPE	16.1 cm	2.8 cm	2.9 cm	3.3 cm	3.0 cm
% ECART < 10 CM	13%	87%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	13%	63%	88%	63%	63%
% ECART < 3 CM	13%	25%	63%	25%	25%
ECART MAX	49 cm	11.7 cm	9.7 cm	8.5 cm	8.9 cm

#### Commentaires

Les résultats montrent clairement une faute sur un point GPS nivelés associé au RBF. Le modèle GGF97 qui n'a pas rejeté ce point présente donc un écart de l'ordre de 35 cm sur la zone. Les autres modèles qui ont rejeté ce point présentent un écart moyen quadratique de l'ordre de 5 cm. Les meilleurs indicateurs sont obtenus pour le modèle RAF98 qui a utilisé le point déterminé par méthode statique.

### **III.1.n. Zone de Fréjus**

#### Présentation des données

Ces données répondent aux mêmes spécifications que le chantier précédent. Un point a été déterminé par une session de 12 heures, avec contrôle de la stabilité du RN associé. Les autres points ont été déterminés par méthode statique rapide.

#### Résultats

<b>Fréjus (IGN)</b>					
6 points					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	-35.0 cm	-19.8 cm	-1.3 cm	-6.4 cm	-1.6 cm
RACINE(EMQ)	36.1 cm	19.8 cm	2.0 cm	6.5 cm	1.9 cm
ECART-TYPE	8.7 cm	3.0 cm	1.5 cm	1.1 cm	1.1 cm
% ECART < 10 CM	0%	0%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	0%	0%	100%	17%	100%
% ECART < 3 CM	0%	0%	83%	0%	83%
ECART MAX	-44.8 cm	-23.7 cm	-3.9 cm	-8.2 cm	-3.3 cm

#### Commentaires

Sur cette zone, RAF98 a inclus le point déterminé par méthode statique longue. Les statistiques sont donc moins significatives pour ce modèle. Pour les autres modèles, on note que GGF97 a probablement inclus une donnée erronée sur la zone, ainsi que RAF96. EGG97-1D présente un biais significatif sur la zone. EGG97F05 présente de très bons critères de qualité sur la zone.

### **III.1.o. Zone de Nice**

#### Présentation des données

Ce chantier fourni par EDF (Jean-Marie Scheubel) se situe dans la vallée du Var sur une étendue de 2 x 10 km environ, dans l'arrière pays niçois. Les points GPS ont été déterminés par méthode statique et statique rapide à partir du point RBF de Tourette du Chateau (n°0614501).

#### Résultats

<b>Nice (EDF)</b>					
12 points					
	GGF97	RAF96	RAF98	EGG97-1D	EGG97F05
BIAIS	2.5 cm	-1.1 cm	-1.4 cm	6.9 cm	-2.2 cm
RACINE(EMQ)	4.1 cm	2.4 cm	2.3 cm	7.2 cm	2.9 cm
ECART-TYPE	3.2 cm	2.1 cm	1.9 cm	2.1 cm	1.8 cm
% ECART < 10 CM	100%	100%	100%	100%	100%
% ECART < 5 CM	77%	100%	100%	23%	100%
% ECART < 3 CM	38%	85%	82%	8%	82%
ECART MAX	8.1 cm	-4.9 cm	-4.6 cm	9.3 cm	-5.1 cm

### Commentaires

Les modèles RAF96, RAF98 et EGG97F05 présentent de bons indicateurs statistiques. GGF97 semble un peu moins précis sur cette zone tandis que EGG97-1D présente un biais significatif comme indiqué par les données IGN obtenues dans cette zone.

## **III.2. Analyse de la qualité des modèles**

### **III.2.a. estimation de la qualité globale des modèles**

Les données décrites précédemment échantillonnent suffisamment bien l'ensemble du territoire français pour permettre une évaluation réaliste de la qualité des modèles actuels. En particulier, les zones où les écarts entre les modèles sont importants sont échantillonnées. Les données des zones de Bordeaux, Pays de Caux, Dijon, Paris-est, Nord permettent l'évaluation des modèles dans des zones où la surface de conversion est lisse (variations de quelques centimètres sur quelques dizaines de kilomètres). Les données des zones Pays Basque, Carmeaux, Forcalquier, Cévennes sont des zones à variabilité moyenne, où les variations dépassent la dizaine de centimètres sur quelques dizaines de kilomètres. Les zones de Briançon, Pau, et les données sur la côte d'Azur sont les zones à fortes variabilité de la surface de conversion RGF93-IGN69. Au total, ce sont environ 340 points qui permettent d'estimer la qualité des modèles de manière indépendante et objective.

La description rapide des données accompagnant la présentation des résultats par chantiers (paragraphe III.1) a montré des qualités inégales des données fournies pour cette évaluation. Il convient d'en tenir compte lors de l'évaluation des modèles et de pondérer les résultats en fonction de la qualité (fiabilité-précision) des données de chaque chantier.

En particulier, les chantiers comportant peu de points fournissent des statistiques moins fiables que les autres : ce sont Paris-Est (3 points), Cévennes (3 points), Pau (3 points).

Deux chantiers présentent des données d'une précision moins intéressantes pour les besoins de notre étude : il s'agit des données du Pays de Caux et de Carmeaux.

Enfin, on rappelle que la majorité des données fournies pour cette étude ont été obtenues par méthode statique-rapide, le point GPS étant généralement proche d'un repère de nivellement. Ces données ne permettent l'évaluation de la qualité des modèles de conversion qu'à un niveau de précision de 2-3 cm.

Les tableaux suivants rassemblent les données présentées par chantier dans le paragraphe précédent.

	<b>GGF97</b>	<b>RAF96</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97-1D</b>	<b>EGG97F05</b>
<b>Bordeaux</b>	0.1	-0.7	2.1	1.3	2.2
<b>Pays de Caux</b>	2.1	-0.8	-1	1.2	2.5
<b>Dijon</b>	0	0.5	0.3	-1	-3.1
<b>Paris-Est</b>	2.7	-0.1	1.8	-0.2	0.8
<b>Nord</b>	1.7	1	1	-0.2	-0.3
<b>Pays Basque</b>	-0.1	0.2	0	-0.2	0.9
<b>Forcalquier</b>	1.8	1.7	2.5	0	1.5
<b>Cévennes</b>	-3.4	-0.2	-0.1	1.2	0.8
<b>Carmeaux</b>	3.0	3.4	3.6	5.8	6.1
<b>Grasse-Nice</b>	7.2	1.1	2.5	7.8	1.8
<b>Briançon</b>	-2.7	-1.5	-1.6	4.9	1.6
<b>Pau</b>	4.5	0.5	0.3	-2.1	-4.1
<b>Toulon</b>	32.9	-5.4	-3.1	3.9	4.3
<b>Fréjus</b>	-35	-19.8	-1.3	-6.4	-1.6
<b>Nice (EDF)</b>	2.5	-1.1	-1.4	6.9	-2.2

Tableau 9 : Biais des modèles estimés à partir des données de contrôle, par chantier, en cm

Le tableau 9 récapitule l'ensemble des biais des modèles estimés par les données, présentés par chantier. Les fortes valeurs obtenues par GGF97 sur les zones de Toulon et Fréjus, ainsi que pour RAF96 sur Fréjus, sont dues à l'utilisation par ces modèles d'un point GPS-nivelé associé au RBF erroné qui fausse donc localement le modèle. EGG97-1D présente quelques biais significatifs sur la région de Nice (environ 7 cm sur les données IGN et EDF) et de Fréjus. Sur ces zones, l'adaptation du géoïde européen sur les points GPS-nivelés était problématique.

La méthode utilisée ne permettait pas d'obtenir de bons résultats sur cette région. Cela a été corrigé avec l'EGG97F05. Le biais reste significatif sur la région de Toulon pour les modèles RAF et EGG, ainsi que pour EGG97F05 sur les données de Pau. Pour le reste des chantiers, les biais obtenus sont compatibles avec la précision des données de contrôle.

	<b>GGF97</b>	<b>RAF96</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97-1D</b>	<b>EGG97F05</b>
Bordeaux	4.2	4.2	2.7	2.1	2.7
<b>Pays de Caux</b>	3.5	3.3	3.4	3.3	4.1
<b>Dijon</b>	2.4	1.6	1.5	1.8	3.4
<b>Paris-Est</b>	8.1	0.6	1.8	0.6	1.0
<b>Nord</b>	4.7	2.3	2.3	2.3	2.3
<b>Pays Basque</b>	8.8	2.3	2.2	2.1	1.9
<b>Forcalquier</b>	9.4	2.6	3.2	2.3	2.7
<b>Cévennes</b>	4.7	1.6	1.7	1.3	1.2
<b>Carneaux</b>	3.0	3.4	3.6	5.8	6.1
<b>Grasse-Nice</b>	14.7	2.9	3.9	11.7	3.8
<b>Briançon</b>	6.8	3.6	3.6	5.8	3.5
<b>Pau</b>	5.3	1.6	1.4	2.6	4.3
<b>Toulon</b>	36.6	6.1	4.2	5.1	5.2
<b>Fréjus</b>	36.1	19.8	2	6.5	1.9
<b>Nice (EDF)</b>	4.1	2.4	2.3	7.2	2.9

*Tableau 10 : Ecart moyen quadratique des modèles estimés à partir des données de contrôle, par chantier, en cm*

L'écart moyen quadratique caractérise la précision " absolue " des modèles, c'est-à-dire la précision de la conversion entre les système RGF93 et IGN69 prédite par les modèles, sans autre manipulation du modèle (en particulier sans recalage du modèle). On analyse cet écart moyen quadratique par type de zone.

#### Zones à faible variations de la surface de conversion

On peut retenir une précision de l'ordre 4-5 cm pour GGF97 (si l'on excepte Paris-Est où il n'y a que deux points). Pour RAF96, sur ces zones, l'écart moyen quadratique le plus important obtenu se situe à Bordeaux. Une étude complémentaire a montré que RAF96 avait utilisé un point GPS-nivelé associé au RBF erroné. L'écart moyen quadratique de 4 cm obtenu sur ce chantier est donc sans doute une borne supérieure de la précision de ce modèle dans ces régions, mais cela indique aussi la possibilité de fautes résiduelles dans ce modèle. Pour RAF98, le moins bon résultat est obtenu pour les données du Pays de Caux dont on a souligné les précautions à prendre pour en exploiter les résultats. 3.4 cm est donc sans doute aussi une estimation pessimiste de la qualité de RAF98 sur ces régions. Les autres chantiers suggèrent une précision de l'ordre de 2.5 cm. La remarque sur les données du Pays de Caux restant valables pour ces modèles, on obtient une estimation de la précision similaire pour EGG97-1D. Pour EGG97F05, les données de Dijon semblent indiquer une précision moins bonne que 3 cm.

#### Zones à variations moyennes de la surface de conversion

Les écarts moyens quadratiques plus importants obtenus sur la zone de Carmeaux sont à relativiser étant donnée la précision des mesures, sans doute de l'ordre de 5 cm. Sur ces zones, la précision de GGF97 se dégrade sur les deux chantiers couvrant des zones de quelques dizaines de km avec un écart-moyen quadratique de 8-9 cm. En revanche, pour les autres modèles, il n'y a pas de dégradation, la précision reste de l'ordre de 2.5 cm.

#### Zones à fortes variations de la surface de conversion

Sur ces zones, GGF97 est pénalisé par deux fautes importantes (Toulon, Fréjus) où sa précision ne peut être estimée à mieux que 40 cm. En dehors de ces zones, les données de Grasse-Nice suggèrent une précision de 10-20 cm. De la même manière, RAF96 présente une zone autour de Fréjus où sa précision est dégradée à 20 cm environ. L'écart moyen quadratique sur la région de Toulon est de 6 cm. Sur cette zone, RAF96 n'a pas utilisé de point du RBF pour réaliser la transformation de QGF96 en surface de conversion altimétrique. L'absence de donnée dans une région où la surface varie dégrade donc la précision de la surface altimétrique obtenue. Dans les autres zones, on obtient des écarts moyens quadratiques meilleurs que 3.6 cm. La précision de RAF96 doit donc se situer autour de 5 cm dans ces régions, exception faite de la région de Fréjus.

RAF98 ayant utilisé deux points des données présentées sur la Côte d'Azur, les indicateurs obtenus par RAF98 sur les zones de Toulon, Fréjus, sont donc plutôt des indicateurs optimistes. Les écarts moyens quadratiques obtenus se situent autour de 4 cm. Il faut aussi noter les résultats obtenus sur les zones de Briançon et surtout Pau (même s'il n'y a que quelques points). 4-5 cm semble une estimation réaliste de la précision de ce modèle sur les zones des Pyrénées et Alpes-Côte d'Azur.

EGG97-1D présente des biais importants dans ces régions et sa précision se dégrade pour atteindre une dizaine de cm sur la région de Nice.

EGG97F05 a un écart moyen quadratique maximum à Toulon où il atteint 5.2 cm. Sur cette zone, l'adaptation du géoïde européen n'a pas utilisé de point du RBF (point rejeté). 5 cm est donc probablement un indicateur de précision légèrement pessimiste pour ce modèle sur ces zones.

	<b>GGF97</b>	<b>RAF96</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97-1D</b>	<b>EGG97F05</b>
<b>Bordeaux</b>	4.2 cm	4.2 cm	1.7 cm	1.6 cm	1.6 cm
<b>Pays de Caux</b>	2.8 cm	3.2 cm	3.2 cm	3.1 cm	3.2 cm
<b>Dijon</b>	2.4 cm	1.5 cm	1.5 cm	1.4 cm	1.4 cm
<b>Paris-Est</b>	5.9 cm	0.6 cm	0.4 cm	0.5 cm	0.7 cm
<b>Nord</b>	4.3 cm	2.1 cm	2.0 cm	2.3 cm	2.3 cm
<b>Pays Basque</b>	8.8 cm	2.3 cm	2.2 cm	2.1 cm	1.9 cm
<b>Forcalquier</b>	9.3 cm	1.9 cm	2.0 cm	2.3 cm	2.3 cm
<b>Cévennes</b>	3.2 cm	1.6 cm	1.7 cm	0.5 cm	1.0 cm
<b>Carmeaux</b>	1.7 cm	1.7 cm	1.8 cm	2.2 cm	2.2 cm
<b>Grasse-Nice</b>	12.8 cm	2.7 cm	3.0 cm	8.8 cm	3.4 cm
<b>Briançon</b>	6.3 cm	3.3 cm	3.2 cm	3.1 cm	3.1 cm
<b>Pau</b>	2.9 cm	1.5cm	1.4 cm	1.5 cm	1.4 cm
<b>Toulon</b>	16.1 cm	2.8 cm	2.9 cm	3.3 cm	3.0 cm
<b>Fréjus</b>	8.7 cm	3.0 cm	1.5 cm	1.1 cm	1.1 cm
<b>Nice (EDF)</b>	3.2 cm	2.1 cm	1.9 cm	2.1 cm	1.8 cm

*Tableau 11 : écarts-type des modèles estimés à partir des données de contrôle, par chantier*

Le tableau des écarts-type permet de tester si les modèles une fois corrigé de leur biais sur la zone du chantier peuvent prédire les variations de la surface de conversion sur quelques dizaines de kilomètres. GGF97 présente des résultats de moins bonne qualité que les autres modèles. Dans les zones à faible variation de la surface de conversion, l'écart-type va de 2 à 6 cm. Dans les régions à variations moyennes, on voit que, bien que GGF97 ne présente pas de biais sur le Pays Basque ou la région de



Forcalquier, sa précision est de 8-9 cm. Enfin, l'écart-type se dégrade encore dans les régions à variation forte, où même après correction du biais local sur Toulon, Fréjus et Grasse-Nice l'écart-type reste de 9 à 16 cm environ.

Pour les autres modèles issus de géoïdes gravimétriques, les résultats sont parfaitement compatibles avec la précision des mesures à l'exception du modèle EGG97-1D, qui malgré la correction d'un biais sur la région de Grasse-Nice conserve un écart-type anormalement grand relativement aux résultats obtenus par ce modèle sur les autres zones. Cela est dû au fait que le biais estimé sur cette zone l'a été pour les données allant de Grasse à Nice et que le biais du modèle étant essentiellement sur Nice, la correction de biais dégrade la précision du modèle sur la zone de Grasse.

A cette exception près, il semble que ces modèles prédisent tous correctement les variations de la surface de conversion sur les zones étudiées, à la précision des mesures fournies.

	<b>GGF97</b>	<b>RAF96</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97-1D</b>	<b>EGG97F05</b>
<b>Bordeaux</b>	95%	95%	100%	100%	100%
<b>Pays de Caux</b>	100%	100%	100%	100%	100%
<b>Dijon</b>	100%	100%	100%	100%	100%
<b>Paris-Est</b>	100%	100%	100%	100%	100%
<b>Nord</b>	97%	100%	100%	100%	100%
<b>Pays Basque</b>	71%	100%	100%	100%	100%
<b>Carmeaux</b>	100%	100%	100%	88%	87%
<b>Forcalquier</b>	67%	100%	100%	100%	100%
<b>Cévennes</b>	100%	100%	100%	100%	100%
<b>Grasse-Nice</b>	54%	100%	100%	72%	100%
<b>Briançon</b>	83%	100%	100%	100%	100%
<b>Pau</b>	100%	100%	100%	100%	100%
<b>Toulon</b>	13%	87%	100%	100%	100%
<b>Fréjus</b>	0%	0%	100%	100%	100%
<b>Nice (EDF)</b>	100%	100%	100%	100%	100%

*Tableau 12 : pourcentage des écarts modèles-données de contrôle  
inférieurs à 10 cm par chantier*

Ce tableau permet de juger de la possibilité d'utiliser les modèles de conversion altimétrique pour des applications nécessitant une précision verticale de 10 cm.

On voit que RAF98 est le seul modèle qui prédit les valeurs de la conversion RGF93-IGN69 à mieux que 10 cm pour toutes données testées.

Les modèles dérivés du géoïde européen ne remplissent pas ce critère sur la zone de Carmeaux. Enfin, le fort biais de EGG97-1D sur Nice ne le rend pas utilisable pour une précision meilleure que 10 cm dans cette région. RAF96 ne satisfait pas ce critère sur Bordeaux, Toulon et Fréjus pour les raisons expliquées précédemment.

GGF97 remplit cette condition avec une confiance de 95% dans les zones à variation faible, 70 % pour les zones à variations moyennes, peut présenter des écarts de plusieurs dizaines de centimètres avec les données sur les zones à variations fortes comme le suggèrent d'une part les statistiques des données de contrôle et d'autre part les comparaisons réalisées avec les modèles plus précis.

	<b>GGF97</b>	<b>RAF96</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97-1D</b>	<b>EGG97F05</b>
<b>Bordeaux</b>	79%	85%	97%	95%	95%
<b>Pays de Caux</b>	70%	96%	91%	83%	65%
<b>Dijon</b>	97%	99%	98%	99%	96%
<b>Paris-Est</b>	50%	100%	100%	100%	100%
<b>Nord</b>	72%	100%	100%	100%	97%
<b>Pays Basque</b>	46%	92%	92%	100%	92%
<b>Forcalquier</b>	31%	94%	89%	94%	94%
<b>Cévennes</b>	50%	100%	100%	100%	100%
<b>Carmeaux</b>	88%	88%	88%	37%	25%
<b>Grasse-Nice</b>	27%	91%	54%	36%	82%
<b>Briançon</b>	66%	82%	83%	50%	83%
<b>Pau</b>	67%	100%	100%	100%	67%
<b>Toulon</b>	13%	63%	88%	63%	63%
<b>Fréjus</b>	0%	0%	100%	17%	100%
<b>Nice (EDF)</b>	77%	100%	100%	23%	100%

*Tableau 13 : pourcentage des écarts modèles-données de contrôle inférieurs à 5 cm par chantier*

Sur les chantiers à variations faibles de la surface de conversion altimétrique, le modèle RAF98 semble présenter une précision meilleure que 5 cm avec une confiance de 95% (91% est obtenu pour les données du Pays de Caux). Des résultats similaires sont obtenus par les modèles dérivés du géoïde européen, les résultats obtenus sur le Pays de Caux restant compatible avec cette affirmation à la précision des données.

RAF96 présente un biais sur une partie du chantier de Bordeaux.

Les résultats obtenus par GGF97 suggèrent que la précision de 5 cm n'est vérifiée qu'à 70% environ sur ces zones.

Pour les zones à variation moyenne de la surface de conversion altimétrique, les modèles RAF ont une précision meilleure que 5 cm pour 90% des données. Seules les données de Carmeaux dont la précision est estimée à 5 cm sur la composante verticale (valeur à  $1\sigma$ ) empêchent d'affirmer la même précision pour les modèles EGG97-1D et EGG97F05.

Les données les plus fiables sur les zones à variations moyennes de la surface de conversion RGF93-IGN69 montrent qu'il n'est pas possible d'utiliser le modèle GGF97 pour une précision de 5 cm sur ces zones (30 à 50% de points seulement vérifiant ce critère).

Pour les zones à variabilité forte, le résultat le moins bon obtenu par RAF98 se situe sur la zone de Grasse-Nice où la précision de 5 cm n'est pas assurée à mieux que 50%. Les autres données indiquent une précision de 5 cm pour 8 points sur 10. On rappelle néanmoins que les modèles et les données ne sont pas indépendants pour Toulon et Fréjus.

Le modèle EGG97-1D ne peut pas être utilisé dans ces régions pour une précision de 5 cm.

Des résultats similaires à RAF98 sont obtenus pour le modèle EGG97F05. La précision de 5 cm est tenue sans doute à mieux que 60 % (résultat obtenu sur la zone défavorable de Toulon où la donnée du point GPS-nivelé associé au RBF a été rejetée), plutôt de l'ordre de 70-80%.

Les statistiques obtenues par GGF97 confirment l'inadéquation de ce modèle à la précision de 5 cm sur les zones à forte variation de la surface de conversion.

	<b>GGF97</b>	<b>RAF96</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97-1D</b>	<b>EGG97F05</b>
<b>Bordeaux</b>	64%	72%	72%	92%	72%
<b>Pays de Caux</b>	61%	52%	70%	65%	61%
<b>Dijon</b>	78%	97%	97%	91%	44%
<b>Paris-Est</b>	50%	100%	100%	100%	100%
<b>Nord</b>	48%	76%	79%	79%	76%
<b>Pays Basque</b>	29%	79%	87%	88%	83%
<b>Forcalquier</b>	14%	72%	53%	83%	78%
<b>Cévennes</b>	50%	100%	100%	100%	100%
<b>Carmeaux</b>	63%	50%	38%	12%	25%
<b>Grasse-Nice</b>	9%	54%	54%	27%	72%
<b>Briançon</b>	27%	55%	56%	27%	50%
<b>Pau</b>	67%	100%	100%	67%	33%
<b>Toulon</b>	13%	25%	63%	25%	25%
<b>Fréjus</b>	0%	0%	83%	0%	83%
<b>Nice (EDF)</b>	38%	85%	82%	8%	82%

*Tableau 14 : pourcentage des écarts modèles-données de contrôle inférieurs à 3 cm par chantier*

Pour les zones à variation faible de la surface de conversion altimétrique, RAF98 tient la précision de 3 cm toujours à mieux que 70%. Ces statistiques, ainsi que celles de l'écart moyen quadratique semblent indiquer une précision du modèle de l'ordre de 2.5 cm sur ces zones.

RAF96 présente des résultats similaires sur ces zones

EGG97-1D présente lui aussi de très bons critères sur ces zones, les données du Pays de Caux ne permettant de juger de la qualité des modèle qu'avec une confiance moindre. Ce modèle semble tenir la précision de 3 cm pour 80% des points de ces zones.

EGG97F05 ne tient la précision de 3 cm qu'avec une confiance faible de l'ordre de 50%.

GGF97 obtient des résultats homogènes avec environ 50% des points cohérents avec les données à mieux que 3 cm. Cela est compatible avec une précision de GGF97 de 4-5 cm sur ces zones.

Les données de Carmeaux ne sont pas significatives à cette précision.

Pour les zones à variation moyenne de la surface de conversion altimétrique, RAF98 présente des résultats allant de 50 à 100%. Les données de Forcalquier sont fiables et le comportement de RAF96 et des dérivés de l'EGG97 sont bons. On ne peut donc assurer que RAF98 présente une précision meilleure que 3 cm qu'avec une confiance modérée (50%) sur ces zones.

Les modèles EGG97-1D, EGG97F05 et RAF96 présentent des écarts inférieurs à 3 cm dans 70-80% des points suivant les chantiers.

Les résultats de GGF97 sur les chantiers du Pays Basque et de Forcalquier montrent que GGF97 n'assure pas 3 cm de précision.

Dans les zones à forte variation de la surface de conversion, RAF98 conserve une précision de 3 cm avec une confiance de 50% (on rappelle que les données de Toulon et Fréjus ne sont pas indépendantes des modèles). Cela confirme une précision (à 1  $\sigma$ ) de l'ordre de 4 cm sur ces régions.

RAF96 présente toujours son biais sur Toulon et Fréjus qui le disqualifie pour ce type de précision. Il en est de même pour le modèle EGG97-1D. EGG97F05 ne permet pas non plus d'assurer une précision de 3 cm sur ces zones, bien qu'il obtienne de bons résultats dans les régions de Nice et Fréjus.

	<b>GGF97</b>	<b>RAF96</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97-1D</b>	<b>EGG97F05</b>
<b>Bordeaux</b>	13.1 cm	11.5 cm	6.8 cm	6.0 cm	6.4 cm
<b>Pays de Caux</b>	6.6 cm	5.3 cm	5.4 cm	3.1 cm	7.3 cm
<b>Dijon</b>	6.1 cm	7.8 cm	7.8 cm	6.5 cm	5.9 cm
<b>Paris-Est</b>	10.4 cm	0.7 cm	2.1 cm	0.7 cm	1.4 cm
<b>Nord</b>	10.2 cm	4.8 cm	4.8 cm	4.9 cm	5.2 cm
<b>Pays Basque</b>	24 cm	6.0 cm	6.4 cm	4.7 cm	6.4 cm
<b>Forcalquier</b>	26.5 cm	5.4 cm	6.4 cm	6.4 cm	6.3 cm
<b>Cévennes</b>	6.6 cm	1.7 cm	1.8 cm	1.7 cm	1.7 cm
<b>Carmeaux</b>	6.6 cm	7.7 cm	8.2 cm	10.7 cm	11 cm
<b>Grasse-Nice</b>	25.3 cm	6.0 cm	7.3 cm	20.1 cm	7.2 cm
<b>Briançon</b>	14.9 cm	6.8 cm	6.9 cm	6.9 cm	6.0 cm
<b>Pau</b>	8.4 cm	2.0 cm	1.7 cm	4.2 cm	6.1 cm
<b>Toulon</b>	49.0 cm	11.7 cm	9.7 cm	8.5 cm	8.9 cm
<b>Fréjus</b>	44.8 cm	23.7 cm	3.9 cm	8.2 cm	3.3 cm
<b>Nice (EDF)</b>	8.1 cm	4.9 cm	4.6 cm	9.3 cm	5.1 cm

*Tableau 15 : écarts maximum des modèles avec les données de contrôle par chantier*

L'écart maximum des modèles aux données est l'indicateur le plus pessimiste de la qualité des modèles testés. Il est aussi le plus sensible au choix de rejet de données et des critères que l'on se donne pour accepter ou juger qu'un point est faux. Les chantiers pour lesquels aucun point n'a été rejeté sont : Dijon, Nord, Carmeaux, Grasse-Nice (IGN), Briançon, Pau, Toulon, Fréjus, Nice (EDF). Néanmoins, du point de vue utilisateur ce critère garantit une précision minimum des modèles.

Pour les zones à faibles variations, les écarts maximum ne dépassent pas 7-8 cm pour les modèles RAF98 et les modèles dérivant du géoïde gravimétrique européen. Ils dépassent légèrement 10 cm dans le cas du modèle GGF97 et RAF96 sur la zone de Bordeaux.

Dans les zones à variation moyenne de la surface de conversion, l'écart maximum ne dépasse pas 8 cm pour RAF98 et RAF96, et dépasse juste 10 cm sur la zone de Carmeaux pour les modèles dérivés de EGG97.

En revanche, l'écart maximum entre GGF97 et les données de contrôle dépasse 20 cm sur la région de Forcalquier et le Pays Basque.

Enfin dans les zones à variations fortes, les écarts maximum entre GGF97 et les données de contrôle atteignent plusieurs fois quelques dizaines de cm.

Pour RAF96, ces écarts dépassent 10 cm, à Toulon et évidemment à Fréjus. EGG97-1D encaisse le problème noté sur la région de Nice où l'écart maximum est de 20 cm.

Pour RAF98 et EGG97-1D, les écarts maximum restent inférieurs à 10 cm, même dans les régions à forte variation de la surface de conversion RGF93-IGN69.

#### Comparaison relative des modèles

L'inter-comparaison des modèles a montré des différences entre les modèles qui peuvent être utilisées pour l'estimation de leur qualité. Dans les régions à variation faible de la surface de conversion, la comparaison de RAF98 avec EGG97F05 met en évidence quelques zones où les différences sont proches ou dépassent 10 cm. La précision de chacun de ces modèles dans les zones ayant été estimées à 2-3 cm dans ce type de région, l'un ou l'autre des modèles n'assurera pas cette précision sur ces zones généralement centrées sur un point du RBF. Ces zones correspondent à l'acceptation ou au rejet de points GPS-nivelés associés au point RBF pour l'un ou l'autre modèle. Ces zones sont autour des points RBF de code NTK0 dans l'Eure, NRQ0 et NRQ5 dans la Sarthe, NNR0 dans le Loir et Cher.

De la même manière, dans les zones à variation moyenne de la surface de conversion, des écarts dépassant les précisions estimées par les données de contrôle sont notées. En revanche, elles ne sont pas centrées sur un point du RBF et correspondent donc sans doute à des différences dans la méthode d'adaptation des géoïdes gravimétriques ou à des différences entre ces géoïdes. Ces régions sont la Loire, le Gard (autour du point SQ05).

Pour les zones à variation forte de la surface de conversion, la différence la plus importante entre RAF98 et EGG97F05 se situe en Haute Savoie où elle dépasse 15 cm. Des différences, à la limite de la précision estimée de ces modèles par les données de contrôle, se retrouvent de façon diffuse dans les Alpes et dans une moindre mesure dans les Pyrénées.

#### Tableaux récapitulatifs de la qualité des modèles

Le tableau 16 récapitule les précisions des différents modèles, estimées d'une part à partir des données de contrôle et d'autre part issues de l'intercomparaison des modèles. Il convient de rester prudent avec les chiffres proposés. Malgré le soin apporté à l'étude des données de contrôle, les valeurs n'ont qu'une valeur indicative.

Les précisions indiquées correspondent à une valeur à  $1\sigma$ . Avec l'hypothèse d'une distribution normale centrée des écarts, cela signifie que la précision donnée est respectée avec une probabilité de 67%.

<b>Précision des modèles – valeur à <math>1\sigma</math></b>					
Variations de la surface de conversion RGF93-IGN69 :	<b>GGF97</b>	<b>RAF96</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97-1D</b>	<b>EGG97F05</b>
Faibles	4-5 cm <sup>1</sup>	4 cm <sup>2</sup>	2-3 cm <sup>2</sup>	2-3 cm <sup>2</sup>	3 cm <sup>2</sup>
Moyennes	8-9 cm <sup>3</sup>	2.5 cm <sup>2</sup>	2-3 cm <sup>2</sup>	2-3 cm <sup>2</sup>	2-3 cm <sup>2</sup>
Fortes	10-20 cm <sup>4</sup>	Env 5 cm <sup>5</sup>	4 cm <sup>6</sup>	10 cm <sup>7</sup>	4-5 cm <sup>6</sup>

*Tableau 16 : précision des modèles estimée à partir des données de contrôle*

1 : cette précision n'est sans doute pas tenue dans les zones où la différence GGF97 avec les autres modèles dépasse 5 cm

2 : cette précision est susceptible de ne pas être tenue dans les zones où les écarts entre modèles issus de géoïdes gravimétriques sont supérieurs à 5 cm

3 : cette précision n'est sans doute pas tenue dans les zones où la différence GGF97 avec les autres modèles dépasse 10 cm

4 : peut se dégrader jusqu'à 50 cm

5 : se dégrade jusqu'à une vingtaine de cm sur Fréjus

6 : cette précision est susceptible de ne pas être tenue dans les zones où les écarts entre modèles issus de géoïdes gravimétriques sont supérieurs à 5 cm

7 : se dégrade jusqu'à une vingtaine de cm sur Nice

Une autre représentation de la précision des modèles peut être donnée par la probabilité de satisfaire une précision donnée. Les valeurs présentées dans les tableaux 17 et 18 sont une synthèse des tableaux 13 et 14 et des commentaires associés. Ils permettent une indication de la confiance que l'on peut avoir dans chaque modèle à une précision donnée.

<b>Niveau de confiance des modèles pour une précision de 5 cm</b>					
Variations de la surface de conversion RGF93-IGN69 :	<b>GGF97</b>	<b>RAF96</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97-1D</b>	<b>EGG97F05</b>
Faibles	70% <sup>8</sup>	85% <sup>9</sup>	95% <sup>9</sup>	95% <sup>9</sup>	95% <sup>9</sup>
Moyennes	Non	90% <sup>9</sup>	90% <sup>9</sup>	90% <sup>9</sup>	90% <sup>9</sup>
Fortes	Non	non	50-80% <sup>9</sup>	non	60-80% <sup>9</sup>

*Tableau 17 : Niveau de confiance des modèles pour une précision de 5 cm*

<b>Niveau de confiance des modèles pour une précision de 3 cm</b>					
Variations de la surface de conversion RGF93-IGN69 :	<b>GGF97</b>	<b>RAF96</b>	<b>RAF98</b>	<b>EGG97-1D</b>	<b>EGG97F05</b>
Faibles	50% <sup>8</sup>	70% <sup>9</sup>	70% <sup>9</sup>	80% <sup>9</sup>	50% <sup>9</sup>
Moyennes	Non	70-80% <sup>9</sup>	50% <sup>9</sup>	70-80% <sup>9</sup>	70-80% <sup>9</sup>
Fortes	Non	non	50% <sup>9</sup>	non	non

*Tableau 18 : Niveau de confiance des modèles pour une précision de 3 cm*

8 : ce niveau de confiance n'est sans doute pas tenu dans les zones où la différence GGF97 avec les autres modèles dépasse 5 cm

9 : ce niveau de confiance est susceptible de ne pas être tenu dans les zones où les écarts entre modèles issus de géoïdes gravimétriques sont supérieurs à 5 cm

### **III.2.b. Utilisation pratique des modèles**

#### Utilisation en absolu

Les estimations de la qualité des modèles précédemment présentées correspondent à une utilisation en absolu des modèles, c'est à dire dans le cas où l'utilisateur travaille dans le système de référence géodésique RGF93 et le système altimétrique IGN69 et utilise les modèles tels qu'ils sont diffusés.

Pour les modèles les meilleurs, dans la plupart des zones, la précision de la conversion RGF93-IGN69 est du même ordre de grandeur que la précision sur la composante verticale GPS. Cela signifie que pour assurer la meilleure précision possible des altitudes IGN69 obtenues en utilisant les modèles, l'obtention de la hauteur ellipsoïdale RGF93 doit être soignée. Cela implique en particulier un rattachement au RGF de bonne qualité. Les résultats obtenus sur le Pays de Caux illustrent ce problème.

#### Utilisation en relatif

On entend par utilisation en relatif des modèles les processus d'obtention d'altitude où c'est l'information de variation de la surface de conversion altimétrique qui est utilisée et non plus sa valeur absolue.

Cela correspond par exemple à la méthode de détermination d'altitude IGN69 suivante :

L'utilisateur stationne par GPS un point dont il connaît l'altitude (un repère de nivellement par exemple) en station fixe et détermine par rayonnement à partir de ce point d'autres points par GPS.

Dans ce cas, l'altitude des points est donnée par la relation (30) donnée dans le paragraphe I.1.c.

$$H_2^{(N)} = H_1^{(N)} + h_2 - h_1 - (z_2 - z_1)$$

$z_2 - z_1$  étant la différence de valeur de la surface de conversion entre le point 1 et le point 2,  $h_2 - h_1$ , la différence de hauteur ellipsoïdale déterminée par GPS,  $H_2^{(N)}$  est l'altitude normale du point dont on cherche à connaître l'altitude et  $H_1^{(N)}$  l'altitude connu du point servant de station fixe.

Les précautions nécessaires à l'emploi de cette méthode sont :

- une détermination RGF93 métrique pour pouvoir interpoler dans les grilles (les nœuds des grilles sont en effet exprimées dans le système de référence RGF93)
- un contrôle de stabilité du Repère de Nivellement (RN). ou une détermination réalisée à partir de deux repères de nivellement. Il est en effet risqué de faire reposer le résultats sur la valeur d'altitude d'un seul repère de nivellement.

La précision des modèles pour cette méthode n'a pas été testée. Néanmoins, l'étude des pentes maximum des modèles présentées dans le paragraphe II.1.c montre que si l'on néglige la correction  $\zeta_2 - \zeta_1$ , l'erreur réalisée peut aller jusqu'à 15 cm/km. Les données EDF sur Pau et les modèles montrent des pentes de 5 cm/km en avant de la chaîne des Pyrénées.

#### Utilisation d'un modèle après recalage

Dans ce cas, on suppose que l'utilisateur a déterminé une hauteur ellipsoïdale RGF93 sur un certain nombre de repères de nivellement sur la zone de travail. Il est alors possible d'estimer un biais du modèle qu'il utilise.

Les statistiques présentées montrent une amélioration de la précision des altitudes obtenues qui permettent d'obtenir une précision toujours meilleure que 3.5 cm avec RAF98.

Les inconvénients de cette méthodes sont les suivants :

- il faut suffisamment de points en collocation RGF93 et IGN69, de qualité (précision et fiabilité), bien réparti sur la zone pour pouvoir estimer un biais significatif sur la zone. Sans ces précautions, on risque davantage de détériorer la précision des modèles que de l'améliorer.
- on perd l'homogénéité des données. Des altitudes d'un chantier voisin ne seront pas compatibles si l'on oublie de préciser ce biais. Utiliser un modèle national de conversion unique est une garantie d'homogénéité.

	<b>GGF97</b>		<b>RAF96</b>		<b>RAF98</b>		<b>EGG97-1D</b>		<b>EGG97F05</b>	
	Emq	$\sigma$	emq	$\sigma$	emq	$\sigma$	emq	$\sigma$	Emq	$\sigma$
<b>Bordeaux</b>	4.2	4.2	4.2	4.2	2.7	1.7	2.1	1.6	2.7	1.6
<b>Pays de Caux</b>	3.5	2.8	3.3	3.2	3.4	3.2	3.3	3.1	4.1	3.2
<b>Dijon</b>	2.4	2.4	1.6	1.5	1.5	1.5	1.8	1.4	3.4	1.4
<b>Paris-Est</b>	8.1	5.9	0.6	0.6	1.8	0.4	0.6	0.5	1	0.7
<b>Nord</b>	4.7	4.3	2.3	2.1	2.3	2.0	2.3	2.3	2.3	2.3
<b>Pays Basque</b>	8.8	8.8	2.3	2.3	2.2	2.2	2.1	2.1	1.9	1.9
<b>Carmaux</b>	3.1	1.7	3.8	1.7	4.1	1.8	6.1	2.2	6.4	2.2
<b>Forcalquier</b>	9.4	9.3	2.6	1.9	3.2	2.0	2.3	2.3	2.7	2.3
<b>Cévennes</b>	4.7	3.2	1.6	1.6	1.7	1.7	1.3	0.5	1.2	1.0
<b>Grasse-Nice</b>	14.7	12.8	2.9	2.7	3.9	3.0	11.7	8.8	3.8	3.4
<b>Briançon</b>	6.8	6.3	3.6	3.3	3.6	3.2	5.8	3.1	3.5	3.1
<b>Pau</b>	5.3	2.9	1.6	1.5	1.4	1.4	2.6	1.5	4.3	1.4
<b>Toulon</b>	36.6	16.1	6.1	2.8	4.2	2.9	5.1	3.3	5.2	3.0
<b>Fréjus</b>	36.1	8.7	19.8	3.0	2	1.5	6.5	1.1	1.9	1.1
<b>Nice (EDF)</b>	4.1	3.2	2.4	2.1	2.3	1.9	7.2	2.1	2.9	1.8

*Tableau 19 : comparaison de la précision des modèles sans/après recalage, résultats par chantier en cm.*

#### Choix d'un interpolateur

Tous les résultats présentés dans cette étude ont utilisés un interpolateur bilinéaire. Pour tester la sensibilité du résultat à l'interpolateur, on a réalisé l'expérience suivante : on a construit une grille au pas de  $1/100^\circ \times 1/100^\circ$  en interpolant RGF93 bilinéairement pour la première grille puis par l'intermédiaire d'un spline bicubique. On a ensuite fait la différence pour estimer l'influence de l'interpolation.

Les écarts les plus importants ont été trouvés sur la frontière italienne où ils atteignaient jusqu'à 4 cm. 2 cm d'écarts étaient assez fréquents sur les Alpes. Enfin, on notait des différences allant jusqu'à 5-7 mm localement. Ces ordres de grandeur ne sont pas négligeables vis-à-vis des précisions estimées par ailleurs. Les producteurs de grille doivent donc soit diminuer le pas des grilles pour diminuer l'influence de l'interpolation ce qui pose des problèmes d'ergonomie, soit expliciter l'interpolateur à utiliser avec leur modèle.

## **IV. PERSPECTIVES**

L'étude réalisée dans ce rapport porte sur la conversion entre les deux réalisations courantes du réseau vertical et tridimensionnel national. Il est utile d'évoquer les perspectives d'évolution de ces réalisations. La disponibilité de nouvelles réalisations n'implique pas nécessairement leur adoption systématique, chaque changement provoquant des bouleversements chez les divers utilisateurs qui n'en voient pas toujours l'intérêt. Elle permet en revanche de mieux évaluer la qualité des réalisations courantes, en particulier géographiquement.

### **IV.1. Evolution des réseaux de nivellement et des références verticales**

Ces évolutions sont déterminées essentiellement par deux niveaux:

- nouvelles mesures et nouveaux réseaux. Ce sera le cas lorsque le Réseau de Nivellement Scientifique sera réalisé, conformément aux recommandations du CNIG.
- nouvelles compensations, à l'échelle nationale réalisées par l'IGN lorsque les données anciennes seront numérisées ou au niveau européen dans le cadre d'EUREF.

Il faut en particulier mentionner ici :

- la nouvelle solution européenne UELN95 (Réseau Européen Unifié de Nivellement), disponible
- le projet EVS2000, incluant une modélisation cinématique

### **IV.2. Evolution des réseaux géodésiques**

Les réalisations disponibles dans le système ETRS89 (European Terrestrial Reference System) sont nombreuses (par exemple RGF93), et d'intérêt varié, notamment quant au réseau inclus. Les sources principales d'information sont:

- les solutions issues des solutions ITRF pour les stations en France par conversion ITRS/ETRS89
- les solutions issues de séries temporelles de stations GPS permanentes provenant des divers services réalisant de tels repères au niveau mondial (IGS), européen (EUREF) ou national (RGP de l'IGN)

Ces dernières données sont actuellement moins nombreuses que les points RGF93 (RRF et RBF) mais sont d'exactitude subcentimétrique.



L'IGN, suivant les recommandations du CNIG, est en train de diffuser le RGP comme référence primaire, en gardant le souci des divers niveaux de cohérence de ses produits géodésiques. Le RBF/RGF93 reste actuellement la réalisation utilitaire, mais risque d'être supplanté à terme par les produits du RGP. Une transformation (sub)centimétrique sera alors envisageable, à défaut d'être rapidement réalisable.

## CONCLUSION

Dans ce document, une procédure de validation des grilles de conversion RGF93-IGN69 a été mise en place. Tous les modèles disponibles à l'époque de l'étude ont fait l'objet de tests sur des points de contrôle non utilisés dans l'élaboration de ces grilles. La panoplie des différents tests montrent que les modèles les plus performants sont ceux qui utilisent simultanément des données gravimétriques, ainsi que des données de points GPS nivelés. De plus, la densité de telles données (gravimétriques et GPS), ainsi que la validation de leur précision en aval, est un facteur important de la qualité de ces grilles. De toutes ces grilles, celle qui présente le meilleur accord est la grille RAF98 réalisée par H. Duquenne de l'IGN et de l'ESGT. C'est le modèle de conversion altimétrique que nous recommandons comme formule de référence. Cette formule est facilement disponible (accès via le site Web de l'ESGT <http://www.esgt.cnam.fr>) parfaitement adaptée aux besoins des utilisateurs ainsi qu'à ceux des constructeurs GPS qui sont encouragés à prendre en compte cette grille pour la correction des altitudes GPS en France.

Cette grille permet de conserver des précisions en altitude de l'ordre de 2 à 3 cm en plaine et de l'ordre de 4 cm (à  $1\sigma$ ) en montagne ainsi que dans certaines régions particulières comme la côte d'Azur. Cette dégradation des résultats en région montagneuse est visible dans la plupart des modèles testés dans ce rapport. Elle provient des limites actuelles des modèles dans ces régions à plus forte variation du géoïde (potentiellement plus mal interpolé), peut-être aussi à une moins bonne précision des altitudes GPS en régions montagneuses pour lesquelles les dénivelées entre stations sont plus importantes. Il est aussi fort possible que certaines mesures gravimétriques mal validées ou en trop faible densité puissent encore altérer les grilles de conversion actuelles.

Il faut noter que la grille RAF-98, bien qu'elle soit la meilleure solution actuelle, sera amenée à s'améliorer encore pour préparer à l'avenir une localisation GPS de plus en plus précise pour des réseaux de dimension de plus en plus grande. Cette amélioration de la grille ne pourra être réalisée que si les conditions suivantes sont remplies :

- recherche théorique en géodésie physique
- disponibilité en France d'un réseau gravimétrique de meilleure précision (un nouveau groupe du CNIG vient d'être créé sur ce sujet et devrait pouvoir bientôt émettre des recommandations plus précises sur ce sujet)
- disponibilité en France d'un réseau de points GPS nivelés de très grande densité (tous les 25 km) et de meilleure précision ; l'étude a montré la sensibilité de la qualité des grilles à la précision et à l'absence d'erreur de ce réseau. Dans l'intérêt général, il est essentiel que ce réseau soit surveillé et maintenu de manière pérenne.

En tout état de cause, ces nouveaux modèles ne se substitueront pas à la formule de référence, mais ils serviront à préparer la prochaine formule de référence.

Il reste que de tels modèles n'ont encore pu être testés en Corse (nivellement IGN78 au lieu de l'IGN69) ni dans les DOM-TOM. On peut souhaiter qu'un effort soit fait dans ce sens pour les années à venir afin de faciliter pour tous l'utilisation du GPS ainsi que la disponibilité de nouveaux types de réseaux géodésiques et de nivellement.

Enfin, il est évident que les utilisations actuelles du GPS (et dans un avenir plus lointain du système européen Galileo) ne vont faire que croître pour les applications professionnelles comme pour les applications grand public. La disponibilité d'une telle formule de conversion altimétrique au niveau de quelques centimètres ne peut aller que dans cette logique d'utilisation de plus en plus importante des techniques de géodésie spatiale.

## **BIBLIOGRAPHIE**

- Boldo F., Lacombe JL., **Déviations de Carreaux RN 88 - Compte rendu de Stéréopréparation et Aérotriangulation**, Service de Photogrammétrie (SPCN), Institut Géographique National, Saint Mandé, 1998
- Botton S., Duquenne F., Egels Y., Even M., Willis P., **GPS, localisation et navigation**, Editions Hermes, 1997
- Coulomb A., **Test d'utilisation du GPS en nivellement de précision**, archive SGN n°27926 CR/G n°84, Institut Géographique National, Saint Mandé.
- Denker, H. and W. Torge (1998): **The European Gravimetric Geoid 1997 - An IAG supported enterprise**. Submitted to Proceedings IAG Scientific Assembly, Rio de Janeiro 1997.
- Finnish Geodetic Institute, **GPS and levelling**, Reports of the Finnish Geodetic Institute, vol. 96:2., 1996
- Forsberg, R., **Terrain effect in geoid computation**, Lecture notes of International School for the determination and use of the geoid, Milan, 1994
- Doerflinger, E., Jiang, Z., Duquenne, H., Bayer, R., **Determination of the quasi-geoid in a Mountainous area : example of the eastern pyrenees (France)**, International Association of Geodesy Symposia, vol 117 : Gravity, Geoid and Marine Geodesy, Springer-Verlag, 1997
- Doerflinger E., **Utilisation de la méthode de positionnement satellitaire GPS pour la détermination précise des altitudes relatives et absolues**, Thèse de doctorat. - Université des Sciences et des Techniques, Montpellier, 1997.
- Duquenne H. **Champ de pesanteur, géoïde et altimétrie: concepts fondamentaux**, IGN/LAREG, n° C001, Saint-Mandé, France, 1995.
- Duquenne H., Jiang Z., Lemarié C., **Geoid determination and levelling by GPS : some experiment on a test network**, In: Proceedings of the IAG Symposium n° 113 "Gravity and Geoid", Graz, Austria, 1994. - Springer Verlag, 1995.
- Duquenne H., Jiang, Z., **The geoid in the southern Alps of France**, in New Geoids in the World. - International Geoid Service, DIIAR, Milan, Italy, and Bureau Gravimétrique International, Toulouse, France, 1995.
- Duquenne H., **Le modèle de quasi-géoïde français QGF96 et la surface de référence d'altitude RAF96**, , Ecole Supérieure des Géomètres et Topographes et Institut Géographique National, janvier 1997a.
- Duquenne H., **Comparison between the EGM96 model and the French quasi-geoid model**, In: Bulletin n°6 of the International Geoid Service. - DIIAR, Politecnico di Milano, Italy, 1997b.
- Duquenne, H., Second continental workshop on the geoid in Europe, **QGF98, a new solution for the quasigeoid in France**, report of the Finnish Geodetic Institute, M. Vermmer and J. Adam ed, Masala, Finland, 1998

Duquenne H., **Comparison and combination of a gravimetric quasigeoid with a levelled GPS data set by statistical analysis**, Physics and Chemistry of the Earth, vol 24 n°1, 1999

Garayt B., Nocquet J.M. **Compte-rendu des opérations de terrain et de calcul de la mission Côte d’Azur de contrôle des modèles de conversion RGF93-IGN69**, Service de Géodésie et Nivellement, Institut Géographique National, Saint Mandé.en cours d’archivage

Harmel A., Nocquet J.M., **Réseau de base français (RBF), calcul et qualification des coordonnées**, CR/G 70, Service de Géodésie et Nivellement, Institut Géographique National, Saint Mandé, 1996

Heiskanen, W.A. et Moritz, H. , **Physical Geodesy**, 1967, Institute of Physical Geodesy, Graz

Jiang Z., **Méthodologie moderne de la détermination du géoïde, application à la réalisation d’une référence verticale opérationnelle : contribution au géoïde français**, thèse de l’Observatoire de Paris, 1996

Kasser M., **Un nivellement de très haute précision : la traversée Marseille-Dunkerque** 1983, Compte-rendu à l’Académie des Sciences, t. 309, série II, p. 695-700, Paris 1989

Luzet C., **Evolution du canevas géodésique national, Etat d’avancement du réseau Géodésique Français**, XYZ n°69, 1996, p 55-62, IGN

Milbert, D.G., **Improvement of a High Resolution Geoid Height Model in the United States by GPS Height on NAVD 88 Benchmarks**, In : *New geoids in the World.* - International Geoid Service, DIIAR, Milan, Italy and Bureau Gravimétrique International, Toulouse, France, 1995.

Nocquet J.M., **Rapport de production de la surface de conversion RGF93-IGN69 obtenues à partir des données du RBF**, RT 41, archive n°27.894, Institut Géographique National, Saint Mandé, 1997

Nocquet J.M., **Etude de l’utilisation du quasi-géoïde gravimétrique EGG97 comme surface de conversion RGF93-IGN69**, notice IGN/LAREG, Institut Géographique National, 1997

Service de Géodésie et Nivellement, **Géoïde géométrique français, grille de conversion altimétrique RGF93-IGN69, notice d’utilisation**, Service de Géodésie et Nivellement, notice SGN, Institut Géographique National, Saint Mandé, 1998

Service de Géodésie et Nivellement, **Bassin houiller du Nord-Pas de Calais - Détermination altimétrique de piézomètres**, notice mai juin 1998, Service de Géodésie et Nivellement, notice SGN, Institut Géographique National, Saint Mandé, 1998

Tscherning C.C. et al., **Harmonic continuation and gridding effects on geoid height prediction**, Bulletin Géodésique 66, p. 41-53, 1992

Nicolon P., **Mission prototype RDF - compte rendu de fin de travaux de terrain - rapport de calcul**, archive sgn 27 889, juillet 1997

Nocquet J.M., **Rapport de production de la surface de conversion altimétrique RGF93-IGN69 obtenue à partir des données du RBF**, RT41, Service de Géodésie et Nivellement, septembre 1997

Rothacher M., **Orbits of satellite systems in space geodesy**, thèse de l'université de Berne, volume 46, 1992

Wenzel H.G., **Geoid computation by least square spectral combination using integral kernels**, Proceeding IAG General Meeting, 438-453, Tokyo

**Dossier GPS et nivellement**, revue Géomètre, n°2 février 1995

et

**Dossier GPS et nivellement**, revue Géomètre, n°6 juin 1998 :

Duquenne H. - *Grille de correction pour effectuer du nivellement par GPS*,

Harmel A., Le Pape M. - *GPS et réseaux de nivellement*.

Kasser M. - *GPS et nivellement, retour sur les concepts de base*.

#### Sites web

EGM96 : <http://164.214.2.59/GandG/wgs-84/egm96.html>

EGG97 : <http://www.gfy.ku.dk/~iag/egg97.html>

CNIG : <http://lareg.ensg.ign.fr/CNIG.PSD/alti.html>

ESGT et RAF98 : <http://www.esgt.cnam.fr>